

Задача 1. Поток частиц (25 баллов)

Экспериментатор исследует необычный поток заряженных частиц, найденный в глубоком космосе. Векторы скорости всех частиц в потоке направлены одинаково, однако различаются по модулю. Детектором частиц выступает плоский конденсатор, напряженность поля в объеме которого постоянна. Этот конденсатор неподвижно зафиксирован на оси потока частиц так, что векторы скорости частиц параллельны вектору напряженности поля. Ведется подсчет частиц, пересекающих «входную» обкладку конденсатора за единицу времени. На Рисунке показана зависимость доли этих частиц, прошедших внутри конденсатора до остановки расстояние d , от этого расстояния, в логарифмических координатах. Какова зависимость концентрации частиц в потоке от их скорости, в исследованном диапазоне энергий?

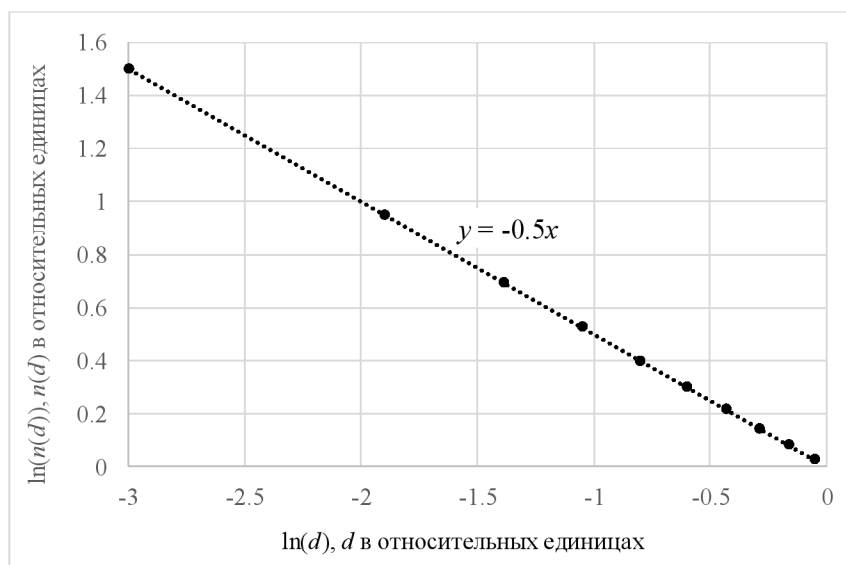


Рисунок к Задаче 1

Решение

Анализ графика, предложенного в задаче, показывает, что положения точек удовлетворяют зависимости

$$n(d) = d^{-1/2} = \frac{1}{\sqrt{d}}.$$

Отметим, что точки графика расположены дискретно, они имеют координаты $d_i = 0.5 \cdot i$. Расстояние между точками: $\Delta d = \text{const} = 0.1$ (относительных единиц). В дискретной форме

$$n(d_i) = d_i^{-1/2} = \frac{1}{\sqrt{d_i}}.$$

Обозначим напряженность поля внутри конденсатора через E , а кинетическую энергию частиц – через T_i . В пути до остановки частицы теряют всю кинетическую энергию, так что

$$T_i(d_i) = q \cdot E \cdot d_i.$$

Заряды всех частиц q полагаем одинаковыми, поскольку иных указаний в задаче нет. Теперь,

$$n(T_i) = \sqrt{\frac{qE}{T_i}}.$$

Полученные значения $n(T_i)$ пропорциональны количеству частиц с энергиями T_i , входивших в приёмник за единицу времени. Эти значения нужно связать с концентрациями частиц в самом потоке. Если площадь конденсатора равна S , то за единицу времени Δt через эту площадь пройдут частицы, попадающие в объём

$$V_i = S \cdot \Delta x_i = S \cdot v_i \cdot \Delta t,$$

где v_i – это скорости частиц (см. рисунок к решению задачи).

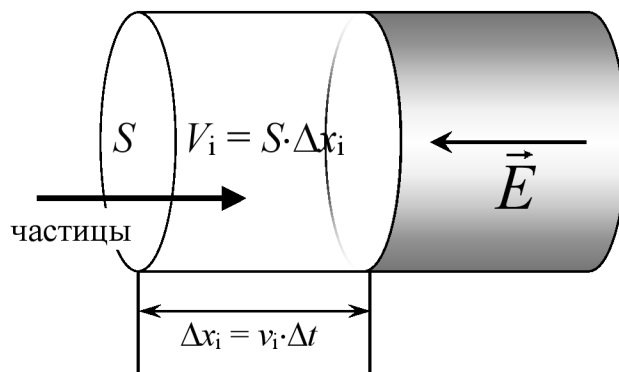


Рисунок к решению задачи 1

Пусть $n(v_i)$ – числовые концентрации частиц в потоке, соответствующие дискретным скоростям v_i . Значения $n(T_i)$, рассмотренные выше (они характеризуют входное сечение детектора, а не поток), связаны с концентрациями $n(v_i)$ соотношением

$$n(T_i) = n(v_i) \cdot V_i = n(v_i) \cdot v_i \cdot S \Delta t.$$

С другой стороны,

$$n(T_i) = \sqrt{\frac{qE}{T_i}} = \sqrt{\frac{qE}{mv_i^2/2}} = \frac{1}{v_i} \cdot \sqrt{\frac{2qE}{m}} \square \frac{1}{v_i}.$$

Здесь m – масса частицы. Выражая $n(v_i)$ с использованием последних формул, получаем

$$\begin{aligned} n(T_i) &= \frac{1}{v_i} \cdot \sqrt{\frac{2qE}{m}} = n(v_i) \cdot v_i \cdot S \Delta t \Rightarrow \\ n(v_i) &= \sqrt{\frac{2qE}{m}} \cdot \frac{1}{S \Delta t} \cdot \frac{1}{v_i^2} \square \frac{1}{v_i^2}. \end{aligned}$$

Отметим, что коэффициент $\sqrt{\frac{2qE}{m}} \cdot \frac{1}{S\Delta t}$ в полученной формуле присутствует лишь для наглядности решения. Его размерность не соответствует физическому смыслу задачи, поскольку расстояния d внутри конденсатора, как и значения $n(d)$, были заданы в неизвестных относительных единицах. Таким образом, **ответ задачи в случае дискретного рассмотрения скоростей:**

$$n(v_i) \propto \frac{1}{v_i^2}. \quad (*)$$

При решении задачи участники могут рассмотреть непрерывную зависимость плотности частиц от скорости $n^*(v)$. Ответ в этом случае не совпадает с формулой (*), поскольку при постоянных интервалах $\Delta d = \text{const}$ различным значениям v_i соответствуют различные интервалы Δv :

$$n(v_i) = n^*(v_i) \Delta v_i = n^*(v_i) \frac{\Delta T_i}{mv_i} = n^*(v_i) \frac{E \cdot \Delta d_i}{mv_i} \Rightarrow$$

$$n^*(v_i) = n(v_i) \cdot v_i \cdot \frac{m}{E \cdot \Delta d_i} \propto n(v_i) \cdot v_i \propto \frac{1}{v_i}.$$

Выше использована связь между малыми приращениями кинетической энергии и скорости

$$T = \frac{mv^2}{2} \Rightarrow \Delta T = mv \cdot \Delta v.$$

Ответ: $n(v_i) \propto \frac{1}{v_i^2}$, $n^*(v) \propto \frac{1}{v}$.

Примечание: в Ответе для записи формулы $n^*(v) \sim 1/v$ индекс «i» не использован, так как зависимость концентрации от скорости здесь непрерывна.

Критерии оценивания

1. Правильно интерпретированы исходные данные задачи: **до 6 баллов**;
2. Получена правильная связь между кинетической энергией частиц и расстоянием d , которое частицы проходят в электрическом поле: **до 3 баллов**;
3. Получено правильное распределение частиц на входе в детектор (дискретное либо непрерывное): **до 8 баллов**;
4. Указано, что распределения частиц по скоростям и на входе в детектор должны быть различными: **до 4 баллов**;
5. Получена правильная зависимость концентрации частиц в потоке от скорости (дискретная либо непрерывная) **до 4 баллов**.

Задача 2. Видеосъемка ракеты (25 баллов)

Космическая ракета стартует вертикально вверх со скоростью 12 км/с. Автоматическая камера снимает видео полета ракеты, находясь на расстоянии 400 метров от точки старта.

Объектив камеры можно представить тонкой фокусирующей линзой с фокусным расстоянием $F = 800$ мм. С каким ускорением должна перемещаться матрица камеры относительно плоскости этой линзы для того, чтобы ракета, сразу после старта, оставалась точно сфокусированной на матрице? Считать известным, что малое приращение функции $y = 1/x$ можно считать по формуле $\Delta y = -1/x^2 \cdot \Delta x$, где Δx – малое приращение аргумента x .

Решение

Условием задачи разрешено использование формулы тонкой линзы

$$\frac{1}{F} = \frac{1}{d} + \frac{1}{f},$$

где F – фокусное расстояние линзы, d – расстояние до объекта, f – расстояние до изображения (от центра линзы). Будем считать, что изображение формируется на матрице камеры. Тогда, расстояние от центра линзы до матрицы:

$$f = \frac{Fd}{d - F} \approx F.$$

Примерное равенство $f \approx F$ возникает из-за того, что $d \gg F$ (школьники могут получить указанное примерное равенство, подставив значения из условия задачи).

Для поиска ускорения матрицы, необходимо записать малое приращение Δf . С учетом того, что F – константа, получается

$$\Delta \left(\frac{1}{f} \right) = -\Delta \left(\frac{1}{d} \right) \Rightarrow \frac{\Delta f}{f^2} = -\frac{\Delta d}{d^2} \Rightarrow \Delta f = -\frac{f^2}{d^2} \Delta d.$$

Выше использована формула $\Delta y = -1/x^2 \cdot \Delta x$ из условия задачи. Малые приращения сразу можно превратить в скорости, делением на малый интервал времени:

$$\frac{\Delta f}{\Delta t} = -\frac{f^2}{d^2} \frac{\Delta d}{\Delta t}.$$

Далее, можно принять, что в момент старта $d = \text{const}$, поскольку скорость ракеты направлена перпендикулярно вектору расстояния до неё. Тогда ускорение матрицы оказывается пропорциональным центростремительному ускорению ракеты $a_{цб}$:

$$a_f \equiv \left(\frac{\Delta f}{\Delta t} \right)' = -\frac{f^2}{d^2} \left(\frac{\Delta d}{\Delta t} \right)' = -\frac{f^2}{d^2} a_{цб}.$$

Центростремительное ускорение ракеты – то же самое, что при движении по окружности. С той разницей, что расстояние от камеры до ракеты действительно увеличивается, поскольку центростремительной силы нет. Таким образом,

$$a_{цб} = \frac{v^2}{d},$$

где v – вертикальная скорость ракеты.

Окончательно,

$$a_f = -\frac{f^2}{d^2} a_{цб} = -\frac{f^2}{d^3} \cdot v^2 = -(0.8 \text{ м})^2 \frac{(12\,000 \text{ м/с})^2}{(400 \text{ м})^3} = -1.4 \text{ м/с}^2.$$

Ответ: $a_f = -1.4 \text{ м/с}^2$.

Критерии оценивания

1. Записана формула тонкой линзы: **2 балла**;
2. Получено равенство $f \approx F$: **3 балла**;
3. Получена правильная связь между скоростями ракеты и матрицы: **до 8 баллов**;
4. Получена правильная связь между ускорениями ракеты и матрицы: **до 6 баллов**;
4. Рассчитано центробежное ускорение ракеты: **до 3 баллов**;
5. Получен правильный ответ: **до 3 баллов**.

Задача 3. Электрический потенциал конусов (25 баллов)

В объёме конуса высоты H равномерно распределен электрический заряд. К вершине этого конуса подносят второй конус той же формы, высота которого равна $H/2$. Второй конус сначала электронейтрален, однако затем заряд, имевшийся в объёме первого конуса, перераспределяется таким образом, что объёмные плотности заряда в каждом из конусов становятся одинаковыми. Равномерность распределения заряда сохраняется. Как изменится электрический потенциал в точке соприкосновения конусов после перераспределения заряда?

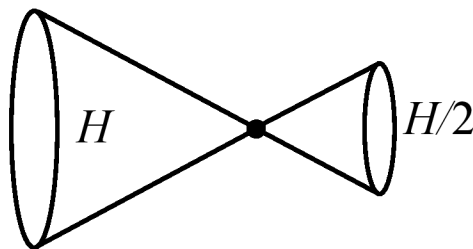


Рисунок к Задаче 3

Решение

Согласно закону Кулона, потенциал точечного заряда q на расстоянии R можно рассчитывать по формуле

$$\varphi = K_E \frac{q}{R},$$

где $K_E = 1/(4\pi\epsilon_0)$ – константа закона Кулона. Для сопоставления этой формулы с потенциалом конуса, используем метод размерностей. Потенциал любого заряженного объекта должен иметь такую же размерность, как и потенциал точечного заряда. В частности, потенциал электрического поля у вершины конуса можно записать в форме

$$\varphi = \text{const}_1 \cdot K_E \frac{q}{H},$$

где q – полный заряд конуса, H – характерный размер (в частности – высота), const_1 – безразмерная константа. Значение константы зависит от формы конуса, а также от выбора точки на его поверхности. Если же конусы подобны по форме, и выбор точки одинаков (вершина), то константа const_1 будет иметь одно и то же значение.

В свою очередь, заряд конуса пропорционален произведению плотности заряда на объём. Пусть ρ_0 – исходная плотность заряда в конусе высоты H . Тогда, суммарный заряд системы:

$$q = \rho_0 \cdot V_1 = \rho_0 \cdot \text{const}_2 \cdot H^3,$$

поскольку объём пропорционален кубу характерного размера. Теперь, первоначальный потенциал у вершины конуса высоты H (до обмена зарядами со вторым конусом):

$$\varphi_0 = \text{const}_1 \cdot K_E \frac{\text{const}_2 \cdot \rho_0 \cdot H^3}{H} = \text{const}_1 \cdot \text{const}_2 \cdot K_E \cdot \rho_0 \cdot H^2.$$

Далее, сумма объёмов двух конусов даётся формулой

$$V_1 + V_2 = \text{const}_2 \cdot \left(H^3 + \left(\frac{H}{2} \right)^3 \right) = \text{const}_2 \cdot \frac{9}{8} H^3 = \frac{9}{8} \cdot V_1.$$

После соединения конусов и перераспределения зарядов плотность заряда принимает новое значение ρ . Значение q при этом сохраняется. Таким образом:

$$q = \rho_0 \cdot V_1 = \rho \cdot (V_1 + V_2) = \rho \cdot \text{const}_2 \cdot \left(H^3 + \left(\frac{H}{2} \right)^3 \right) = \rho \cdot \frac{9}{8} \cdot V_1 \Rightarrow$$

$$\rho = \frac{8}{9} \rho_0.$$

Наконец, сумма потенциалов двух конусов в точке соприкосновения вершин:

$$\varphi_1 + \varphi_2 = \text{const}_1 \cdot \text{const}_2 \cdot K_E \cdot \rho \left(H^2 + \left(\frac{H}{2} \right)^2 \right) =$$

$$= \text{const}_1 \cdot \text{const}_2 \cdot K_E \cdot \frac{8}{9} \rho_0 \cdot \frac{5}{4} H^2 = \frac{10}{9} \varphi_0.$$

Ответ: $\varphi = 10/9 \cdot \varphi_0$.

Критерии оценивания

1. Показано, что электрический потенциал в вершине конуса можно считать по формуле, подобной закону Кулона: **до 8 баллов**;
2. Получена верная связь между потенциалом в вершине конуса, плотностью заряда и высотой: **до 12 баллов, суммарно с пунктом 1**;
3. Получено правильное распределение зарядов после соединения конусов: **до 4 баллов**;
4. Найдена сумма потенциалов двух конусов в точке соприкосновения вершин: **до 5 баллов**;

5. Записан правильный ответ, связывающий электрические потенциалы до и после соединения конусов: до 4 баллов.

Задача 4. Отдаление Луны (25 баллов)

Луна удаляется от Земли со скоростью, равной 3.8 см/год. Как изменится энергия вращения Земли за это время? Считать известными энергию гравитационного взаимодействия Земли и Луны $U = -G \cdot M_3 \cdot M_{\text{Л}} / R$, а также соответствующую силу притяжения $F = G \cdot M_3 \cdot M_{\text{Л}} / R^2$. Использовать следующие константы: масса Земли $M_3 = 5.97 \cdot 10^{24}$ кг, масса Луны $M_{\text{Л}} = 7.35 \cdot 10^{22}$ кг, расстояние между Землей и Луной $R = 384400$ км, $G = 6.6743 \cdot 10^{-11} \text{ м}^3 / (\text{кг} \cdot \text{с}^2)$.

Решение

Будем считать, что Луна находится на круговой орбите. Для того, чтобы эта орбита была стабильной, центростремительное ускорение должно совпадать с центростремительным:

$$a_{\text{цс}} = \frac{v^2}{R} = a_{\text{гс}} = \frac{F}{M_{\text{Л}}} = G \frac{M_3}{R^2}.$$

Здесь v – скорость движения Луны по орбите. На основании предыдущего равенства можно получить связь между кинетической (T) и потенциальной (U) энергиями Луны:

$$T = \frac{M_{\text{Л}} \cdot v^2}{2} = \frac{1}{2} \cdot G \frac{M_3 \cdot M_{\text{Л}}}{R} = -\frac{U}{2} = \frac{|U|}{2}.$$

Изменение T и U при увеличении радиуса здесь уже можно считать с помощью калькулятора. Тем не менее, изменение расстояния очень мало, так что погрешность расчета может оказаться высокой. Поэтому, лучше выразить изменение энергии через ΔR в явной форме. Для этого используем формулу, указанную в условии Задачи 2:

Малое приращение функции $y = 1/x$ можно считать по формуле $\Delta y = -1/x^2 \cdot \Delta x$.

Таким образом,

$$\Delta U = \Delta \left(-G \frac{M_3 \cdot M_{\text{Л}}}{R} \right) = G \frac{M_3 \cdot M_{\text{Л}}}{R^2} \Delta R = -U \cdot \frac{\Delta R}{R}.$$

Учитывая, что $T = -U/2$, можно сразу написать, что

$$\Delta T = -\frac{\Delta U}{2} = -G \frac{M_3 \cdot M_{\text{Л}}}{2R^2} \Delta R = U \cdot \frac{\Delta R}{2R}.$$

Полное изменение энергии Луны E оказывается равным

$$\Delta E = \Delta U + \Delta T = \Delta U - \frac{\Delta U}{2} = \frac{\Delta U}{2} = G \frac{M_3 \cdot M_{\text{Л}}}{2R^2} \Delta R.$$

В системе Земля-Луна должен работать закон сохранения энергии. Приливные силы, действующие на Землю со стороны Луны, замедляют её вращение вокруг своей оси. С учетом увеличения энергии Луны ΔE и закона сохранения энергии, энергия вращения Земли должна уменьшиться на величину ΔE . Подстановка числовых значений даёт

$$\Delta E = 6.6743 \times 10^{-11} \cdot \frac{5.97 \times 10^{24} \cdot 7.35 \times 10^{22}}{2 \cdot (384400 \cdot 10^3)^2} \cdot 3.8 \times 10^{-2} = 3.8 \times 10^{18} \text{ Дж.}$$

Ответ: Энергия вращения Земли уменьшится на $\Delta E = 3.8 \cdot 10^{18}$ Дж.

Критерии оценивания

1. Решение демонстрирует правильное понимание связи между изменением механической энергии Луны на орбите и замедлением вращения Земли: **до 8 баллов;**

2. Получены формулы для расчета скорости и/либо кинетической энергии Луны на стационарной орбите: **до 8 баллов;**

3. Получена формула для расчета изменения механической энергии Луны (суммы кинетической и потенциальной энергий), связанного с её удалением от Земли: **до 5 баллов;**

4. Получено численное значение изменения механической энергии Луны с разумной точностью, на основании правильного решения: **до 4 баллов.**

Задача 1. Встречное движение (25 баллов)

Упругий шар, радиус которого равен 10 см, одномерно движется между двумя стенками. Расстояние от одной стенки до другой составляет 1 метр. Столкновения шара со стенками происходят каждые две секунды. В систему добавляют второй такой же шар, движущийся навстречу первому с той же скоростью. При этом, второй шар начинает движение от стенки тогда, когда первый проходит половину дистанции между стенками. В какие моменты времени, от начала движения второго шара, будут происходить соударения шаров со стенками? Взаимодействия шаров со стенками и между собой считать мгновенными, абсолютно упругими.

Решение

Единственный шар, движущийся между стенками, перемещается от одной стенки до другой за время $\Delta t_1 = 2$ секунды. При этом, центр шара проходит расстояние

$$d_1 = L - 2 \cdot R = 100 - 2 \cdot 10 = 80 \text{ см},$$

где $L = 100$ см – расстояние между стенками, $R = 10$ см – радиус шара. Соответственно, скорость шара:

$$v = d_1 / \Delta t_1 = 80 / 2 = 40 \text{ см/с}.$$

После появления второго шара, шары будут сталкиваться. При упругом столкновении шаров действуют законы сохранения энергии, а также импульса. В данной системе суммарный импульс перед столкновением шаров равен нулю, поскольку одинаковые шары движутся навстречу с равными скоростями. После столкновения импульс сохранит нулевое значение, так что направления скоростей изменятся на противоположные, а модули останутся равными. При этом, модули скоростей после столкновения будут равны исходным скоростям, поскольку иначе изменилась бы кинетическая энергия системы.

Таким образом, при каждом столкновении шары будут сохранять свои скорости, изменяя направление движения.

Для дальнейшего решения задачи можно принять, что при столкновениях шары меняются местами, сохраняя скорость движения от стенки к стенке. Этот подход позволяет заменить реальные шары «виртуальными», движущимися независимо друг от друга, без столкновений. Нумерация шаров ниже соответствует указанной модели – виртуальным шарам.

Для расчета длины пути виртуального шара нужно вычесть из расстояния между стенками L диаметры обоих шаров:

$$d_2 = L - 2 \cdot (2 \cdot R) = 100 - 4 \cdot 10 = 60 \text{ см}.$$

Интервалы времени между столкновениями каждого из шаров со стенками составят

$$\Delta t_2 = d_2 / v = (60 \text{ см}) / (40 \text{ см/с}) = 1.5 \text{ с}.$$

Второй шар будет сталкиваться со стенками в моменты времени

$$t_{2n} = n \cdot \Delta t_2 = (1.5 \cdot n) \text{ с}, \quad n = 1, 2, 3, \dots$$

Первому шару для первого столкновения со стенкой необходимо будет пройти путь, равный половине расстояния между стенками, за вычетом своего радиуса, а также диаметра второго шара. Соответствующее время до столкновения со стенкой:

$$t_{10} = \frac{L/2 - R - 2 \cdot R}{v} = \frac{50 - 30}{40} = \frac{1}{2} \text{ с.}$$

Таким образом, первый шар будет сталкиваться со стенками в моменты времени

$$t_{1n} = t_{10} + n \cdot \Delta t_2 = (0.5 + 1.5 \cdot n) \text{ с, } n = 0, 1, 2, 3, \dots$$

В целом, виртуальные шары будут сталкиваться со стенками в моменты времени t_{1n} и t_{2n} , то есть 0.5 с, 1.5 с, 2 с, 3 с, 3.5 с, 4.5 с, 5 с и так далее. Реальные шары будут встречаться со стенками в эти же моменты времени.

Ответ: Моменты столкновений шаров со стенками: 0.5 с; $(1.5 \cdot n)$ с; $(0.5 + 1.5 \cdot n)$ с, где $n = 1, 2, 3, \dots$

Критерии оценивания

1. Правильно определена скорость шара: **до 4 баллов**;
2. Правильно описаны столкновения шаров: **до 10 баллов**;
3. Длины пути шаров между стенками правильно определены с учетом радиусов обоих шаров: **до 6 баллов**;
4. Правильно получен и сформулирован ответ задачи: **до 5 баллов**.

Задача 2. Смещение звёзд (25 баллов)

Космический путешественник вынужден остановиться на незнакомой планете для ремонта звездолета. Ремонт потребовал целого года, то есть всего периода обращения этой планеты вокруг своей звезды. Путешественник замечает, что за время ремонта все звезды ночного неба смещались не менее чем на 30 угловых секунд относительно положений, вычисленных корабельным компьютером по трехмерным координатам этих звезд в космическом пространстве. Какова продолжительность года на планете, если радиус её орбиты совпадает с радиусом орбиты Земли ($1.50 \cdot 10^8$ км)?

Решение

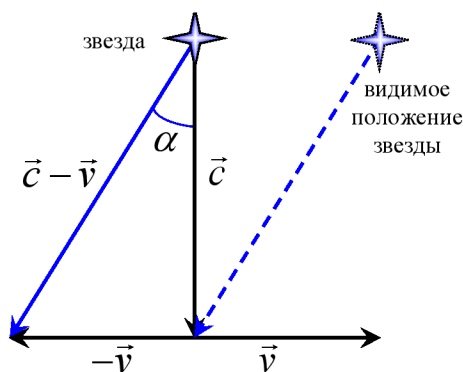


Рисунок 1

Эффект, рассмотренный в задаче, обусловлен aberrацией света. Угол, под которым звезда видна на небесной сфере, определяется сложением векторов скорости света, идущего от звезды к Земле (вектор \vec{c} на Рисунке 1), и вектора орбитальной скорости планеты \vec{v} , взятого со знаком «минус». Сложение указанных векторов и знак «минус» возникают при переходе от системы отсчета, связанной с космосом (который упрощенно считаем неподвижным) к системе отсчета планеты, движущейся вокруг своей звезды.

Отметим, что для строгого решения задачи переходить в систему отсчета движущейся планеты нужно с использованием специальной теории относительности. При этом получается, что

$$\operatorname{tg}(\alpha) = \frac{v/c}{\sqrt{1-v^2/c^2}} \approx \frac{v}{c}.$$

С другой стороны, орбитальная скорость планеты мала по сравнению со скоростью света, в связи с чем решение без специальной теории относительности вполне возможно. Именно такого решения можно ожидать на школьном уровне, его достаточно для максимального оценивания работы. Указанное приближение и показано на Рисунке 1:

$$\operatorname{tg}(\alpha) = \frac{v}{c}.$$

Видимое положение звезды будет изменяться в течение года, в зависимости от взаимной ориентации векторов \vec{c} и \vec{v} . Формулировка задачи позволяет выбрать для решения произвольную звезду. Наиболее простым представляется выбор любой из звезд, расположенных в той же плоскости, что и орбита планеты. Такая звезда в течение года будет смещаться по прямой вдоль эклиптики – проекции орбиты планеты на небесную сферу. Среднее положение будет соответствовать отсутствию aberrации ($\alpha = 0$), тогда как крайние положения – тем моментам времени, когда векторы \vec{v} и \vec{c} взаимно перпендикулярны (Рисунок 2). В эти моменты угловое смещение звезды относительно среднего положения достигнет максимального значения

$$\alpha = \operatorname{arctg}\left(\frac{v}{c}\right) \approx \frac{v}{c} = 30'' = 1.45 \cdot 10^{-4} \text{ рад}$$

$$\left(\text{секунды в радианы: } 1.45 \cdot 10^{-4} = \frac{30'' \cdot \pi}{3600 \cdot 180^\circ} \right).$$

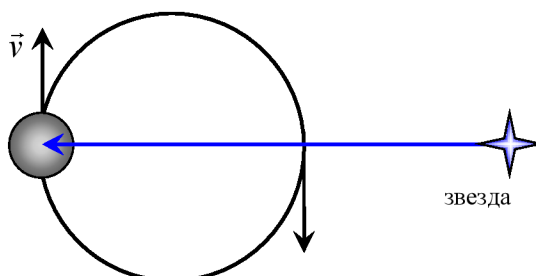


Рисунок 2

Таким образом, орбитальная скорость планеты:

$$v = \operatorname{tg}(\alpha) \cdot c \approx \alpha \cdot c = 1.45 \cdot 10^{-4} \cdot 3.00 \cdot 10^5 = 43.5 \text{ км/с}$$

(расчет с большим количеством значащих цифр даёт 43.6 км/с)

Период обращения планеты вокруг звезды получается делением длины орбиты на орбитальную скорость v :

$$T = \frac{2\pi R}{v} = \frac{2\pi \cdot 1.5 \cdot 10^8}{43.6} = 2.16 \cdot 10^7 \text{ с} = 0.685 \text{ года}$$

$$\left(0.685 \text{ года} = \frac{2.16 \cdot 10^7 \text{ с}}{365 \cdot 24 \cdot 3600} \right)$$

С учетом вычислительных погрешностей, допустима ошибка в 3-й значащей цифре. Отметим, что использование более точной длины года, равной 365.25 суток, не изменяет первых трех значащих цифр ответа.

Ответ: продолжительность года на планете равна $2.16 \cdot 10^7$ секунд, либо 0.685 года.

Критерии оценивания

1. Показано правильное понимание явления, рассматриваемого в задаче: **до 12 баллов**;
2. Правильно получена орбитальная скорость планеты, с учетом углового смещения звезд: **до 6 баллов**;
3. Получена правильная формула для расчета периода обращения планеты: **до 4 баллов**;
4. Получен правильный ответ: **до 3 баллов**.

Задача 3. Модель паруса (25 баллов)

На Рисунке изображена схематическая проекция лодки с треугольным парусом на плоскость воды. Как нужно развернуть парус для того, чтобы вектор скорости лодки стал противоположным? В качестве упрощения полагать, что сила, с которой ветер действует на парус, всегда направлена перпендикулярно его поверхности, причём её модуль после поворота паруса не изменится. Силу сопротивления воды считать перпендикулярной оси корпуса лодки, которая показана на Рисунке. Лодка движется вдоль оси корпуса. Направление ветра остается неизменным. Ответ проиллюстрировать рисунком.



Рисунок к Задаче 3

Решение

На Рисунке вектора \vec{F} и \vec{F}' - это силы, действующие на парус до и после изменения его положения; \vec{N} - сила сопротивления воды, перпендикулярная направлению движения. Ось x направлена вдоль движения лодки, ось y перпендикулярна оси x . Вдоль оси y лодка не движется, так что сила \vec{N} должна быть противоположна проекциям сил \vec{F} и \vec{F}' .

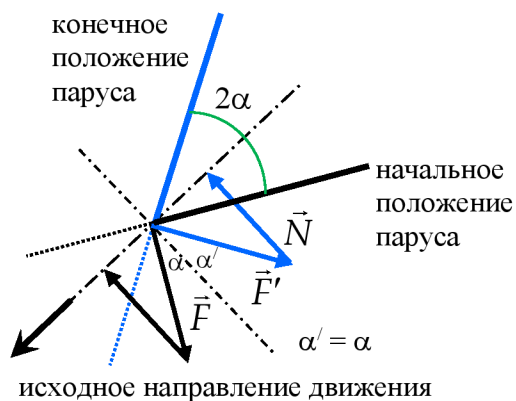


Рисунок к решению Задачи 3

Модули сил \vec{F} и \vec{F}' равны согласно условию задачи. Равенство углов α и α' на Рисунке приводит к тому, что проекции сил \vec{F} и \vec{F}' на ось x равны и противоположны.

В условии задачи нет прямого указания на связь между скоростью лодки и силой, действующей со стороны паруса вдоль оси x . Можно принять, что сила сопротивления воздуха, действующая на лодку, не зависит от направления её движения. Эта сила пропорциональна квадрату скорости лодки. После поворота паруса постоянная скорость лодки установится при равенстве силы сопротивления воздуха и проекции \vec{F}' на ось x . Установившаяся скорость лодки будет функцией модуля силы \vec{F}' , причём такой же, какой была зависимость скорости до поворота паруса от силы \vec{F} . Можно считать, что равенство модулей проекции сил \vec{F} и \vec{F}' на ось x приведёт к равенству модулей скорости лодки в противоположных направлениях движения.

Таким образом, для изменения вектора скорости лодки на противоположный нужно развернуть парус на угол 2α , как показано на Рисунке к решению задачи.

Ответ: парус нужно развернуть на угол 2α , показанный на Рисунке к решению задачи.

Критерии оценивания

1. Предложено правильное направление поворота паруса: **до 4 баллов**;
2. В решении присутствует рисунок, на котором правильно изображены вектора либо проекции сил, действующих на лодку при первоначальной ориентации паруса (**до 6 баллов**) и после его поворота (**дополнительно до 6 баллов**);
3. Показано, что после поворота паруса сумма векторов сил, действующих на лодку со стороны паруса и воды, будет противоположна исходной сумме: **до 2 баллов**;

4. Присутствует разумное обсуждение связи между силами, действующими на лодку, и её скоростью; в том числе, рассмотрена сила сопротивления воздуха: **до 7 баллов**.

Задача 4. Обмен зарядами (25 баллов)

Две частицы одинаковой массы m имеют противоположные электрические заряды q и $-q$. Они сталкиваются друг с другом, двигаясь вдоль одной прямой под воздействием кулоновской силы, с нулевыми начальными скоростями. При столкновении частицы обмениваются зарядами так, что значение q уменьшается в 2 раза. Какими будут после столкновения импульсы частиц на расстоянии R , совпадающем с исходным расстоянием, при котором началось движение? Считать, что частицы сталкиваются как упругие сферы радиуса r .

Решение

Силы, действующие на каждую из частиц со стороны другой частицы, равны по модулю и противоположны по направлению (согласно третьему закону Ньютона). Массы частиц одинаковы. Соответственно, в любой момент времени равны по модулю и противоположны по направлению как ускорения, так и скорости частиц. Центр инерции системы неподвижен.

В процессе движения частиц до столкновения выполняется закон сохранения механической энергии. Соответственно, в момент столкновения кинетическая энергия T равна изменению потенциальной энергии ΔU , взятому с противоположным знаком. Потенциальная энергия определяется законом Кулона

$$U = -K_E \frac{q^2}{d},$$

где $K_E = 1/(4\pi\epsilon_0)$ – константа закона Кулона, d – расстояние между центрами частиц. В начале движения $d = R$, в момент столкновения $d = 2r$. Соответственно, кинетическая энергия в момент столкновения:

$$T = -\Delta U(q) = K_E q^2 \cdot \left(\frac{1}{2r} - \frac{1}{R} \right).$$

Если частицы сталкиваются как упругие сферы, то кинетическая энергия сразу после столкновения равна кинетической энергии до столкновения. К моменту возвращения частиц на расстояние R кинетическая уменьшается на величину, равную увеличению потенциальной энергии, с учетом изменившихся зарядов:

$$\Delta T = -\left(U\left(\frac{q}{2}, \frac{1}{R}\right) - U\left(\frac{q}{2}, \frac{1}{2r}\right) \right) = -K_E \frac{q^2}{4} \cdot \left(\frac{1}{2r} - \frac{1}{R} \right).$$

Соответственно, в системе останется кинетическая энергия

$$\begin{aligned} T(R) &= T(2r) + \Delta T = K_E q^2 \cdot \left(\frac{1}{2r} - \frac{1}{R} \right) - K_E \frac{q^2}{4} \cdot \left(\frac{1}{2r} - \frac{1}{R} \right) = \\ &= K_E \frac{3q^2}{4} \cdot \left(\frac{1}{2r} - \frac{1}{R} \right). \end{aligned}$$

Кинетическая энергия связана со скоростью частиц v , а также импульсом p соотношением

$$T(R) = 2 \cdot \frac{mv^2}{2} = \frac{p^2}{m}.$$

Модули импульсов обеих частиц одинаковы, равны p . Теперь,

$$p^2 = T(R) \cdot m = \frac{3mK_E q^2}{4} \cdot \left(\frac{1}{2r} - \frac{1}{R} \right) \Rightarrow$$

$$p = \frac{q}{2} \cdot \sqrt{3mK_E} \cdot \left(\frac{1}{2r} - \frac{1}{R} \right)^{1/2}.$$

Ответ: Импульсы частиц будут иметь значения $p(R) = \frac{q}{2} \cdot \sqrt{3mK_E} \cdot \left(\frac{1}{2r} - \frac{1}{R} \right)^{1/2}$.

Критерии оценивания

1. Правильно записана потенциальная энергия взаимодействия частиц: **до 4 баллов;**
2. Правильно определена кинетическая системы в момент столкновения: **до 4 баллов;**
3. Правильно учтено изменение потенциальной энергии взаимодействия частиц после понижения зарядов: **до 6 баллов;**
4. Правильно определена кинетическая энергия системы при удалении частиц на расстояние R после столкновения: **до 6 баллов;**
5. Правильно определен соответствующий импульс частиц: **до 5 баллов.**

Задача 1. Два шарика (25 баллов)

Два одинаковых шарика выстреливают вертикально вверх со скоростями, равными 20 м/с. Второй шарик начинает движение через 3 секунды после первого. К моменту возвращения шариков в точку их вылета расположена твердая горизонтальная поверхность, от которой шарики упруго отскакивают вверх. В какой момент времени, от начала эксперимента, второй шарик вернется в точку вылета в третий раз? Столкновения шариков считать абсолютно упругими. Полагать, что размерами шариков по сравнению с высотой их подъема можно пренебречь.

Решение

Для решения задачи необходимо правильно описать столкновение шариков. При упругом столкновении выполняются законы сохранения энергии, а также импульса. Центр масс одинаковых шариков, имеющих скорости v_1 и v_2 , движется со скоростью

$$V = \frac{v_1 + v_2}{2}.$$

Скорости v_1 и v_2 складываются с учетом знака. В системе отсчета, связанной с центром инерции, скорости шариков имеют следующие значения:

$$v_1' = v_1 - V = v_1 - \frac{v_1 + v_2}{2} = \frac{v_1 - v_2}{2};$$

$$v_2' = v_2 - V = v_2 - \frac{v_1 + v_2}{2} = \frac{v_2 - v_1}{2} = -v_1'.$$

В системе центра инерции суммарный импульс шариков равен нулю – как до столкновения, так и после. Таким образом, скорости v_1' и v_2' после столкновения должны оставаться равными по модулю и противоположными по знаку. Сохранение кинетической энергии приводит к тому, что модули скоростей v_1' и v_2' после столкновения шариков равны модулям до столкновения.

Обозначим скорости шариков в системе центра инерции после столкновения через v_1^{*} и v_2^{*} . Изложенные выше соображения приводят к тому, что

$$v_1^{*} = -v_1' = \frac{v_2 - v_1}{2}; v_2^{*} = -v_2' = \frac{v_1 - v_2}{2}.$$

Для перехода к «неподвижной» лабораторной системе отсчета нужно сложить скорости v_1^{*} и v_2^{*} со скоростью центра инерции V . Если v_1^{*} и v_2^{*} - скорости шариков в лабораторной системе отсчета после столкновения, то

$$v_1^{*} = v_1^{*} + V = \frac{v_2 - v_1}{2} + \frac{v_2 + v_1}{2} = v_2;$$

$$v_2^{*} = v_2^{*} + V = \frac{v_1 - v_2}{2} + \frac{v_2 + v_1}{2} = v_1.$$

Можно полагать, что после столкновения шарика «меняются местами»: второй продолжает движение со скоростью первого, а первый – со скоростью второго. Имеются в

виду не только модули скоростей, но и знаки. Согласно условию задачи, размерами шариков можно пренебречь по сравнению с высотой подъёма. Значит, длина пути шариков не зависит от их количества. Таким образом, можно рассматривать «виртуальные» шарики, движущиеся по той же самой траектории, что реальные, однако прозрачные друг для друга – не сталкивающиеся между собой.

Виртуальный шарик достигнет максимальной высоты тогда, когда его скорость $v(t)$ станет равной нулю. Замедление шарика обусловлено ускорением свободного падения g , так что

$$v(t_0) = v(0) - gt_0 = 0 \Rightarrow t_0 = v(0)/g = 20/9.8 = 2.04 \text{ с.}$$

Здесь t_0 – время достижения максимальной высоты подъёма. Время возвращения в точку вылета – $t_1 = 2 \cdot t_0 = 4.08$ с. Второй виртуальный шарик начинает движение через 3 секунды после первого, так что вернется в исходную точку к моменту $t_2 = 4.08 + 3 = 7.08$ с. Первый виртуальный шарик отразится от поверхности, снова достигнет максимальной высоты и вернется назад к моменту $t_3 = 2 \cdot t_0 = 8.16$ с.

Вернемся к рассмотрению реальных шариков, сталкивающихся друг с другом. В этом случае, второй шарик всегда будет ниже первого, так что именно этот шарик будет отражаться от поверхности. Моменты времени, соответствующие столкновениям второго шарика с поверхностью, совпадут с моментами t_1 , t_2 , t_3 . Таким образом, ответ задачи: $t_3 = 8.16$ с.

Ответ: $t_3 = 8.16$ с. Допустимо полагать $g = 10 \text{ м/с}^2$; тогда $t_3 = 8.0$ с.

Критерии оценивания

1. Правильно описано вертикальное движение шариков в поле силы тяжести: **до 6 баллов;**
2. Правильно рассмотрено изменение скоростей шариков при столкновениях: **до 8 баллов;**
3. Правильно рассмотрено влияние столкновений шариков на их траектории (либо правильно применена модель виртуальных независимых шариков, использованная в решении выше): **до 8 баллов;**
4. Правильно получен и сформулирован ответ задачи: **до 3 баллов.**

Задача 2. Смещение звёзд (25 баллов)

Космический путешественник вынужден остановиться на незнакомой планете для ремонта звездолета. Ремонт потребовал целого года, то есть всего периода обращения этой планеты вокруг своей звезды. Путешественник замечает, что за время ремонта все звезды ночного неба смещались не менее чем на 30 угловых секунд относительно положений, вычисленных корабельным компьютером по трехмерным координатам этих звезд в космическом пространстве. Каков радиус орбиты планеты, если продолжительность года совпала с длительностью года на Земле?

Решение

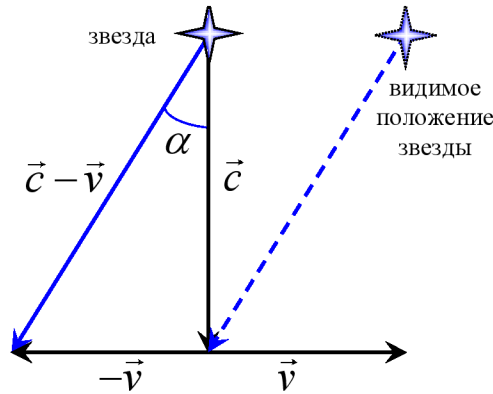


Рисунок 1

Эффект, рассмотренный в задаче, обусловлен абберацией света. Угол, под которым звезда видна на небесной сфере, определяется сложением векторов скорости света, идущего от звезды к Земле (вектор \vec{c} на Рисунке 1), и вектора орбитальной скорости планеты \vec{v} , взятого со знаком «минус». Сложение указанных векторов и знак «минус» возникают при переходе от системы отсчета, связанной с космосом (который упрощенно считаем неподвижным) к системе отсчета планеты, движущейся вокруг своей звезды.

Отметим, что для строгого решения задачи переходить в систему отсчета движущейся планеты нужно с использованием специальной теории относительности. При этом получается, что

$$\operatorname{tg}(\alpha) = \frac{v/c}{\sqrt{1-v^2/c^2}} \approx \frac{v}{c}.$$

С другой стороны, орбитальная скорость планеты мала по сравнению со скоростью света, в связи с чем решение без специальной теории относительности вполне возможно. Именно такого решения можно ожидать на школьном уровне, его достаточно для максимального оценивания работы. Указанное приближение и показано на Рисунке 1:

$$\operatorname{tg}(\alpha) = \frac{v}{c}.$$

Видимое положение звезды будет изменяться в течение года, в зависимости от взаимной ориентации векторов \vec{c} и \vec{v} . Формулировка задачи позволяет выбрать для решения произвольную звезду. Наиболее простым представляется выбор любой из звезд, расположенных в той же плоскости, что и орбита планеты. Такая звезда в течение года будет смещаться по прямой вдоль эклиптики – проекции орбиты планеты на небесную сферу. Среднее положение будет соответствовать отсутствию абберации ($\alpha = 0$), тогда как крайние положения – тем моментам времени, когда векторы \vec{v} и \vec{c} взаимно перпендикулярны (Рисунок 2). В эти моменты угловое смещение звезды относительно среднего положения достигнет максимального значения

$$\alpha = \operatorname{arctg}\left(\frac{v}{c}\right) \approx \frac{v}{c} = 30'' = 1.45 \cdot 10^{-4} \text{ рад}$$
$$\left(\text{секунды в радианы: } 1.45 \cdot 10^{-4} = \frac{30'' \cdot \pi}{3600 \cdot 180^\circ} \right).$$

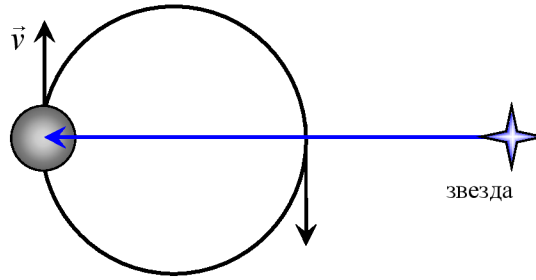


Рисунок 2

Таким образом, орбитальная скорость планеты:

$$v = \operatorname{tg}(\alpha) \cdot c \approx \alpha \cdot c = 1.45 \cdot 10^{-4} \cdot 3.00 \cdot 10^5 = 43.5 \text{ км/с}$$

(расчет с большим количеством значащих цифр даёт 43.6 км/с)

Примем продолжительность земного года равной 365 дням. Пересчет в секунды:

$$1 \text{ год} = 365 \text{ суток} = 365 \cdot 24 \cdot 3600 = 3.15 \cdot 10^7 \text{ с.}$$

Длина пути планеты в течение года (L) является произведением орбитальной скорости на это время:

$$L = 3.15 \cdot 10^7 \times 43.6 = 1.38 \cdot 10^9 \text{ км.}$$

Радиус орбиты получаем как $R = L/2\pi$:

$$R = L/2\pi = 2.19 \cdot 10^8 \text{ км.}$$

Отметим, что использование более точной длины года, равной 365.25 суток, не изменяет первых трех значащих цифр ответа.

Ответ: радиус орбиты планеты равен $2.19 \cdot 10^8$ км.

Критерии оценивания

1. Показано правильное понимание явления, рассматриваемого в задаче: **до 12 баллов**;
2. Правильно получена орбитальная скорость планеты, с учетом углового смещения звезд: **до 6 баллов**;
3. Получена правильная формула для расчета радиуса орбиты планеты: **до 4 баллов**;
4. Получен правильный ответ: **до 3 баллов**.

Задача 3. Комета у Солнца (25 баллов)

К Солнцу приближается ледяная комета, имевшая вдали от него температуру T_0 . Поток тепла от Солнца разогревает внешние слои кометы так, что они испаряются. В результате, радиус кометы уменьшается на 10 %. Температура оставшегося льда остается равной T_0 , в связи с низкой теплопроводностью. До какой температуры нагрелся бы на месте кометы железный метеорит той же массы, получивший столько же солнечного тепла? Полагать, что

теплопроводность железа настолько высока, что температура всего объёма метеорита равна температуре поверхности. Считать, что энергия, необходимая для нагрева единицы массы кометы с последующим испарением, такова же, как на Земле при нормальных условиях. Полагать, что на Земле вода испарялась бы при температуре, равной 100 °С. Принять удельную теплоёмкость льда равной 2100 Дж/(кг·°С), удельную теплоту плавления льда равной $3.34 \cdot 10^5$ Дж/кг, удельную теплоёмкость воды равной 4200 Дж/(кг·°С), удельную теплоту парообразования воды равной $2.26 \cdot 10^6$ Дж/кг, удельную теплоёмкость железа равной 460 Дж/(кг·°С).

Решение

Если радиус кометы R уменьшается на 10 %, то радиус её сохранившегося ядра будет иметь значение $0.9 \cdot R$. Тогда, масса испарившихся слоёв кометы:

$$\Delta m = \frac{4}{3} \pi \cdot \rho \cdot (R^3 - (0.9R)^3) = \frac{4}{3} \pi \cdot \rho \cdot R^3 \cdot (1 - 0.9^3) = 0.271 \cdot m.$$

Здесь m – исходная масса кометы, ρ – плотность кометы (фактически не используется).

Нагрев, плавление и последующее испарение массы Δm потребуют энергии

$$\begin{aligned} \Delta E &= \Delta m \cdot \left((0^\circ\text{C} - T_0) \cdot c_{\text{льда}} + (100^\circ\text{C} - 0^\circ\text{C}) \cdot c_{\text{воды}} + \lambda_{\text{льда}} + \lambda_{\text{воды}} \right) = \\ &= 0.271 \cdot m \cdot (c_{\text{воды}} \cdot 100^\circ\text{C} + \lambda_{\text{льда}} + \lambda_{\text{воды}} - c_{\text{льда}} \cdot T_0) \end{aligned}$$

Температуру T_0 здесь нужно представлять в градусах Цельсия. Согласно условию задачи, необходимо найти температуру T железного метеорита массы m , который получит энергию ΔE при начальной температуре T_0 . При условии, что T меньше, чем температура плавления железа, получается следующее:

$$m \cdot ((T - T_0) \cdot c_{\text{железа}}) = \Delta E = 0.271 \cdot m \cdot (c_{\text{воды}} \cdot 100^\circ\text{C} + \lambda_{\text{льда}} + \lambda_{\text{воды}} - c_{\text{льда}} \cdot T_0).$$

Отсюда,

$$\begin{aligned} T &= T_0 + 0.271 \cdot \left(\frac{c_{\text{воды}}}{c_{\text{железа}}} \cdot 100^\circ\text{C} + \frac{\lambda_{\text{льда}} + \lambda_{\text{воды}}}{c_{\text{железа}}} - \frac{c_{\text{льда}}}{c_{\text{железа}}} \cdot T_0 \right) = \\ &= T_0 \cdot \left(1 - 0.271 \cdot \frac{c_{\text{льда}}}{c_{\text{железа}}} \right) + 0.271 \cdot \left(\frac{c_{\text{воды}}}{c_{\text{железа}}} \cdot 100^\circ\text{C} + \frac{\lambda_{\text{льда}} + \lambda_{\text{воды}}}{c_{\text{железа}}} \right) \end{aligned}$$

Подстановка численных значений, предложенных в задаче, даёт результат

$$T = T_0 \cdot \left(1 - 0.271 \cdot \frac{c_{\text{льда}}}{c_{\text{железа}}} \right) + 0.271 \cdot \left(\frac{c_{\text{воды}}}{c_{\text{железа}}} \cdot 100^\circ\text{C} + \frac{\lambda_{\text{льда}} + \lambda_{\text{воды}}}{c_{\text{железа}}} \right) = 1776^\circ\text{C} - 0.2372 \cdot T_0 \quad (*)$$

Важно отметить, что $T_0 < 0^\circ\text{C}$, поскольку комета – ледяная (температура T_0 во всех формулах выше должна быть представлена в градусах Цельсия, поскольку так представлены температуры плавления льда и кипения воды). Таким образом, температура железного метеорита T получается большей, чем 1776 °С. С другой стороны, температура плавления железа составляет 1538 °С.

После нагрева до температуры плавления, железный метеорит начинает плавиться. Удельная теплота плавления железа составляет $2.70 \cdot 10^5$ Дж/кг. При использовании этого

значения получается, что величина $m \cdot ((T - T_0) \cdot c_{\text{железа}} + \lambda_{\text{железа}})$ превышает значение ΔE при всех отрицательных значениях T_0 от нуля до -273°C (абсолютный нуль температуры):

$$m \cdot ((T - T_0) \cdot c_{\text{железа}} + \lambda_{\text{железа}}) > \Delta E = 0.271 \cdot m \cdot (c_{\text{воды}} \cdot 100^\circ\text{C} + \lambda_{\text{льда}} + \lambda_{\text{воды}} - c_{\text{льда}} \cdot T_0).$$

Таким образом, железный метеорит не расплавится полностью. Следовательно, его температура останется равной температуре плавления железа (1538°C) при всех значениях T_0 .

Температура и удельная теплота плавления железа могли не быть известными участникам олимпиады. Таким образом, допустимы следующие варианты ответа:

- $T = T_{\text{плавления железа}}$, при наличии количественного обоснования, подобного рассмотренному выше;
- $T = 1776^\circ\text{C} - 0.2372 \cdot T_0$, если прямо указано, что температура T должна быть меньшей, чем температура плавления железа, неизвестная автору решения.

Ответ: $T = T_{\text{плавления железа}}$.

Критерии оценивания

1. Правильно определена масса испарившихся слоев кометы: **до 6 баллов**;
2. Правильно записана энергия ΔE , потребовавшаяся для испарения вещества кометы: **до 6 баллов**;
3. Правильно использована связь между энергией ΔE и температурой железного метеорита: **до 6 баллов**;
4. Указано, что железный метеорит мог нагреться до своей температуры плавления: **до 3 баллов**.
5. Приведен один из вариантов правильного ответа: **до 3 баллов**.

Задача 4. Шар на нити (25 баллов)

Полый шар, массой которого можно пренебречь, закреплен тонкой нитью внутри цилиндрического сосуда, заполненного водой (см. Рисунок). Для испытания нити на прочность, сосуд с шаром перемещают в лифте. Нить рвется, когда ускорение лифта составляет 0.1 от ускорения свободного падения g . Как можно определить прочность этой же нити в похожем эксперименте, заменив невесомый шар алюминиевым шаром того же размера? При какой силе натяжения рвется нить, если радиус шара равен 7 см? Принять плотность воды равной 1 г/см^3 , плотность алюминия равной 2.7 г/см^3 . Ответ обосновать расчетами.

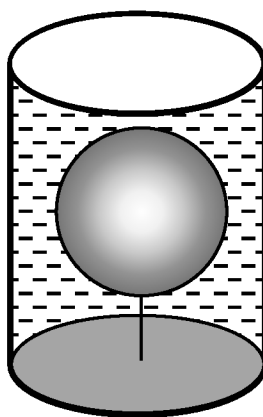


Рисунок к Задаче 4

Решение

Согласно условию задачи, масса шара пренебрежимо мала. Нужно считать, что сила тяжести на этот шар не действует. Действуют на шар силы Архимеда и натяжения нити. Полагаем, что нить рвется тогда, сила Архимеда превысит максимальную силу натяжения нити T_{\max} . Силу Архимеда можно рассчитывать по формуле

$$F_A = \rho_{\text{воды}} \cdot g \cdot V_{\text{шара}} = \rho_{\text{воды}} \cdot g \cdot \frac{4\pi}{3} R_{\text{шара}}^3. \quad (1)$$

В данной задаче g – это сумма двух ускорений, а именно ускорения свободного падения $g_0 = 9.8 \text{ м/с}^2$ и ускорения $g_{\text{инерции}}$, создаваемого силой инерции, возникающей в ускоряющемся лифте. Значение $g_{\text{инерции}}$ по модулю совпадает с ускорением лифта, а по знаку – противоположно.

Условием задачи не определено направление ускорения лифта. Возможные варианты:

1. Ускорение лифта направлено вверх. В этом случае ускорение $g_{\text{инерции}}$ направлено вниз, так что модули g_0 и $g_{\text{инерции}}$ в формуле (1) складываются:

$$g = g_0 + g_{\text{инерции}} = g_0 + 0.1 \cdot g_0 = 1.1 \cdot g_0. \quad (2)$$

Сила Архимеда и максимальная сила натяжения нити оказываются следующими:

$$\begin{aligned} F_{A,1} = T_{\max,1} &= 1.1 \cdot g_0 \cdot \rho_{\text{воды}} \cdot \frac{4\pi}{3} R_{\text{шара}}^3 = \\ &= 1.1 \cdot (9.8 \text{ м/с}^2) \cdot (1000 \text{ кг/м}^3) \cdot \frac{4\pi}{3} (0.07 \text{ м})^3 = 15.5 \text{ Н} \end{aligned} \quad (3)$$

2. Ускорение лифта направлено вниз. Теперь, ускорение $g_{\text{инерции}}$ направлено вверх, так что модули g_0 и $g_{\text{инерции}}$ входят в формулу (1) с противоположными знаками:

$$g = g_0 - g_{\text{инерции}} = g_0 - 0.1 \cdot g_0 = 0.9 \cdot g_0. \quad (4)$$

Соответственно,

$$F_{A,2} = T_{\max,2} = 0,9 \cdot g_0 \cdot \rho_{\text{воды}} \cdot \frac{4\pi}{3} R_{\text{шара}}^3 =$$

$$= 0,9 \cdot (9,8 \text{ м/с}^2) \cdot (1000 \text{ кг/м}^3) \cdot \frac{4\pi}{3} (0,07 \text{ м})^3 = 12,7 \text{ Н}$$
(5)

Алюминиевый шар имеет массу, причём его плотность выше, чем плотность воды. Если оставить ориентацию сосуда такой же, как на Рисунке к задаче, то нить не порвется ни при каких значениях g , поскольку алюминиевый шар будет лежать на дне сосуда. Для того, чтобы испытать нить на прочность, сосуд необходимо перевернуть.

Если перевернутый сосуд будет расположен вертикально, то на алюминиевый шар будут действовать сила тяжести F_T , направленная вниз, а также силы Архимеда и натяжения нити, направленные вверх. Разность сил тяжести и Архимеда составит

$$\Delta F_{T-A} = g \cdot V_{\text{шара}} \cdot (\rho_{\text{алюминия}} - \rho_{\text{воды}}) = g \cdot \frac{4\pi}{3} R_{\text{шара}}^3 \cdot (\rho_{\text{алюминия}} - \rho_{\text{воды}}).$$
(6)

В отсутствие ускорения лифта (при $g = g_0 = 9,8 \text{ м/с}^2$) $\Delta F_{T-A} = 23,9 \text{ Н}$, что существенно превышает максимальную силу натяжения нити T_{\max} . Для измерения T_{\max} с помощью алюминиевого шара необходимо создать такую же силу ΔF_{T-A} . Это можно сделать в лифте, ускоряющемся вниз, что понизит эффективное значение g , аналогично формуле (4). Необходимое значение g даётся формулой

$$\Delta F_{T-A} = T_{\max} \Rightarrow g = \frac{T_{\max}}{V_{\text{шара}} \cdot (\rho_{\text{алюминия}} - \rho_{\text{воды}})} = \frac{3 \cdot T_{\max}}{4\pi \cdot R_{\text{шара}}^3 \cdot (\rho_{\text{алюминия}} - \rho_{\text{воды}})}.$$
(7)

Для случая $T_{\max,1} = 15,5 \text{ Н}$ получается значение g , равное $6,34 \text{ м/с}^2$, тогда как при $T_{\max,2} = 12,7 \text{ Н}$ $g = 5,19 \text{ м/с}^2$. Соответственно, лифт должен двигаться с ускорением, направленным вниз, модуль которого даётся формулой

$$g_{\text{инерции}} = g_0 - g.$$
(8)

Получается, что при $T_{\max,1} = 15,5 \text{ Н}$ ускорение лифта $g_{\text{инерции}}$ должно быть равным $3,46 \text{ м/с}^2$, тогда как при $T_{\max,2} = 12,7 \text{ Н}$ $g_{\text{инерции}} = 4,61 \text{ м/с}^2$.

Ответ: для определения прочности нити с использованием алюминиевого шара нужно перевернуть сосуд; при этом, лифт должен двигаться с ускорением g , направленным вниз: $g = 3,46 \text{ м/с}^2$ либо $4,61 \text{ м/с}^2$.

Критерии оценивания

1. Правильно рассмотрены силы Архимеда и натяжения нити, действующие на невесомый шар: **до 4 баллов;**
2. Правильно учтено изменение силы Архимеда в ускоряющемся лифте: **до 4 баллов;**
3. Получены максимальные значения силы натяжения нити $T_{\max,1}$ либо $T_{\max,2}$ (достаточно одного из вариантов); при этом, правильно указано направление ускорения лифта, соответствующее каждому из этих случаев: **до 6 баллов;**
4. Указано, что для измерения прочности нити с помощью алюминиевого шара сосуд необходимо перевернуть: **до 4 баллов.**

5. Правильно найдены направление и модуль ускорения лифта, необходимые для определения прочности нити с помощью алюминиевого шара, при любом из значений максимальной силы натяжения нити $T_{\max,1}$ либо $T_{\max,2}$: **до 7 баллов.**

Физика 8 класс

Задача 1. Ступени эскалатора (25 баллов)

Торопящийся пассажир метро поднимается вдоль лестницы эскалатора со скоростью 5 км/ч. Сама лестница движется со скоростью 4 км/ч под углом 30 градусов к горизонту. Какое количество ступеней преодолет пассажир на эскалаторе, если высота подъёма составляет 60 метров, а высота одной ступени – 20 см?

Решение

Если лестница эскалатора, наклоненная под углом 30 градусов к горизонту, поднимается на 60 метров, то длина лестницы:

$$L = \frac{60 \text{ м}}{\sin(30^\circ)} = \frac{60 \text{ м}}{1/2} = 120 \text{ м}.$$

Суммарная скорость v движения пассажира вдоль эскалатора, включающая его собственную скорость, а также скорость лестницы:

$$v = (5 + 4) \text{ км/ч} = 9 \text{ км/ч} = 150 \text{ м/мин}.$$

Таким образом, пассажир переместится от нижней точки эскалатора к верхней точке за время

$$t = L/v = 120 \text{ м} / 150 \text{ м/мин} = 0.8 \text{ мин}.$$

За это время пассажир пройдет вдоль движущейся лестницы расстояние

$$S = t \cdot v_{\text{пассажира}} = 0.8 \text{ мин} \cdot (5 \cdot 1000/60) \text{ м/мин} = 66.67 \text{ м}.$$

С учетом наклона эскалатора, высота подъема пассажира вдоль движущейся лестницы составит

$$H = S \cdot \sin(30^\circ) = 0.5 \cdot S = 33.3 \text{ м}.$$

Высота одной ступени h составляет 0.2 м. Количество ступеней, пройденных пассажиром:

$$N = H/h = 166.7 \approx 166.$$

Округление произведено к меньшему ближайшему целому, поскольку 167-я ступень не пройдена целиком. Тем не менее, значение третьей значащей цифры находится в пределах погрешности исходных данных, а способ округления не связан с физическим смыслом задачи. Поэтому, ответ 167 ступеней допустим.

Ответ: 166 ступеней

Критерии оценивания

1. Правильно определено время нахождения пассажира на эскалаторе: **до 6 баллов**;
2. Правильно рассмотрено перемещение пассажира относительно движущейся лестницы: **до 8 баллов**;

3. Угол наклона эскалатора правильно использован для расчета вертикального перемещения пассажира: **до 6 баллов**;

4. Получен правильный ответ: **до 5 баллов**.

Задача 2. Время в пути (25 баллов)

Путешественник отправляется из пункта А в пункт В на метро, без пересадок. С поверхности к станциям А и В ведут эскалаторы. Чтобы не терять времени, вдоль эскалаторов путешественник идёт пешком: вверх по эскалатору со скоростью 4 км/час, а вниз – со скоростью 8 км/час (указаны скорости перемещения вдоль ленты эскалатора). Обратный путь по эскалаторам с такими же скоростями занял немного меньше времени, разница оказалась равной 14.4 секунды. Известно, что сумма времен движения по эскалаторам в прямом и обратном направлениях составила 160.5 секунды, а время подъёма на станции В равнялось 72 секундам. Какой была высота эскалатора на станции В? Считать, что скорости эскалаторов А и В одинаковы, независимо от направления движения. Наклон ленты эскалатора относительно горизонтали составляет 30 градусов.

Решение

Пусть t_+ - время перемещения путешественника из пункта А в пункт В, а t_- - в обратном направлении, из пункта В в пункт А. Из условия задачи известны сумма и разность этих времен:

$$\begin{cases} t_+ + t_- = 160.5 \text{ с;} \\ t_+ - t_- = 14.4 \text{ с.} \end{cases}$$

Решение системы даёт значения $t_+ = 87.45 \text{ с}$, $t_- = 73.05 \text{ с}$. Эти же времена могут быть рассчитаны как

$$t_+ = \frac{L_A}{v_0 + v_{\downarrow}} + \frac{L_B}{v_0 + v_{\uparrow}} = 87.45 \text{ с};$$
$$t_- = \frac{L_A}{v_0 + v_{\uparrow}} + \frac{L_B}{v_0 + v_{\downarrow}} = 73.05 \text{ с}.$$

Здесь L_A , L_B – длины эскалаторов на станциях А и В, v_0 – скорость эскалаторов, v_{\uparrow} – скорость движения путешественника вверх вдоль эскалатора (относительно лестницы), v_{\downarrow} – скорость движения путешественника вниз. Согласно условию задачи, $v_{\uparrow} = 4 \text{ км/час} = 1.11 \text{ м/с}$, $v_{\downarrow} = 8 \text{ км/час} = 2.22 \text{ м/с}$.

Скорость эскалатора неизвестна, так же как L_A и L_B . Известно время подъёма на станции В ($t_{B\uparrow}$):

$$t_{B\uparrow} = \frac{L_B}{v_0 + v_{\uparrow}} = 72 \text{ с}.$$

Отсюда можно найти время спуска на станции А:

$$t_{A\downarrow} = \frac{L_A}{v_0 + v_{\downarrow}} = 15.45 \text{ с.}$$

Теперь, время обратного пути по эскалаторам может быть записано в форме

$$t_{-} = \frac{L_A}{v_0 + v_{\uparrow}} + \frac{L_B}{v_0 + v_{\downarrow}} = t_{A\downarrow} \cdot \frac{v_0 + v_{\downarrow}}{v_0 + v_{\uparrow}} + t_{B\uparrow} \cdot \frac{v_0 + v_{\uparrow}}{v_0 + v_{\downarrow}}.$$

Отсюда можно прямо переходить к квадратному уравнению для определения v_0 . Тем не менее, для упрощения выкладок, обозначим

$$\frac{v_0 + v_{\downarrow}}{v_0 + v_{\uparrow}} \equiv x. \quad (*)$$

Теперь

$$t_{-} = t_{A\downarrow} \cdot x + t_{B\uparrow} \cdot \frac{1}{x} \Rightarrow t_{A\downarrow} \cdot x^2 - t_{-} \cdot x + t_{B\uparrow} = 0 \Rightarrow$$

$$x_{1,2} = \frac{t_{-} \pm \sqrt{t_{-}^2 - 4 \cdot t_{A\downarrow} \cdot t_{B\uparrow}}}{2 \cdot t_{A\downarrow}} = \begin{pmatrix} 3.33 \\ 1.40 \end{pmatrix}.$$

Из соотношения (*) следует, что

$$v_0 = \frac{v_{\downarrow} - x \cdot v_{\uparrow}}{x - 1},$$

так что $v_0(x_1) = -2.28$ км/час, $v_0(x_2) = 6.00$ км/час. Физический смысл имеет только второе значение, так что $v_0(x_2) = 6.00$ км/час = 1.67 м/с (использованы три значащие цифры, для снижения вычислительной погрешности промежуточных расчетов).

Высоту эскалатора на станции Б находим через $t_{B\uparrow}$, учитывая наклон эскалатора относительно горизонтали:

$$H_B = L_B \cdot \sin(30^\circ) = t_{B\uparrow} \cdot (v_0 + v_{\uparrow}) \cdot \sin(30^\circ) =$$

$$= (72 \text{ с}) \cdot (1.67 \text{ м/с} + 1.11 \text{ м/с}) \cdot 1/2 = 100.1 \approx 100 \text{ м.}$$

Ответ записан как 100 м, поскольку наименьшая точность исходных данных - одна значащая цифра. Ответ 100.1 содержал бы 4 значащие цифры, что не соответствует точности исходных данных.

Ответ: высота эскалатора на станции Б равна 100 м.

Критерии оценивания

1. Записана система уравнений, позволяющая определить скорость и длины (либо высоты) эскалаторов: **до 8 баллов;**

2. Получено квадратное уравнение для определения скорости эскалаторов: **до 8 баллов;**

3. Найдена скорость движения эскалаторов: **до 4 баллов;**

4. Найдена длина эскалатора на станции Б: **до 2 баллов.**

5. При определении высоты эскалатора на станции Б правильно учтен его наклон: **до 3 баллов.**

Задача 3. Комета у Солнца (25 баллов)

К Солнцу приближается ледяная комета, имевшая вдали от него температуру T_0 . Поток тепла от Солнца разогревает внешние слои кометы так, что они испаряются. В результате, радиус кометы уменьшается на 10 %. Температура оставшегося льда остается равной T_0 , в связи с низкой теплопроводностью. До какой температуры нагрелся бы на месте кометы железный метеорит той же массы, получивший столько же солнечного тепла? Полагать, что теплопроводность железа настолько высока, что температура всего объема метеорита равна температуре поверхности. Считать, что энергия, необходимая для нагрева единицы массы кометы с последующим испарением, такова же, как на Земле при нормальных условиях. Полагать, что на Земле вода испарялась бы при температуре, равной 100°C . Принять удельную теплоёмкость льда равной $2100 \text{ Дж}/(\text{кг}\cdot^\circ\text{C})$, удельную теплоту плавления льда равной $3.34\cdot 10^5 \text{ Дж}/\text{кг}$, удельную теплоёмкость воды равной $4200 \text{ Дж}/(\text{кг}\cdot^\circ\text{C})$, удельную теплоту парообразования воды равной $2.26\cdot 10^6 \text{ Дж}/\text{кг}$, удельную теплоёмкость железа равной $460 \text{ Дж}/(\text{кг}\cdot^\circ\text{C})$.

Решение

Если радиус кометы R уменьшается на 10 %, то радиус её сохранившегося ядра будет иметь значение $0.9\cdot R$. Тогда, масса испарившихся слоёв кометы:

$$\Delta m = \frac{4}{3} \pi \cdot \rho \cdot (R^3 - (0.9R)^3) = \frac{4}{3} \pi \cdot \rho \cdot R^3 \cdot (1 - 0.9^3) = 0.271 \cdot m.$$

Здесь m – исходная масса кометы, ρ - плотность кометы (фактически не используется).

Нагрев, плавление и последующее испарение массы Δm потребуют энергии

$$\begin{aligned} \Delta E &= \Delta m \cdot \left((0^\circ\text{C} - T_0) \cdot c_{\text{льда}} + (100^\circ\text{C} - 0^\circ\text{C}) \cdot c_{\text{воды}} + \lambda_{\text{льда}} + \lambda_{\text{воды}} \right) = \\ &= 0.271 \cdot m \cdot \left(c_{\text{воды}} \cdot 100^\circ\text{C} + \lambda_{\text{льда}} + \lambda_{\text{воды}} - c_{\text{льда}} \cdot T_0 \right) \end{aligned}$$

Температуру T_0 здесь нужно представлять в градусах Цельсия. Согласно условию задачи, необходимо найти температуру T железного метеорита массы m , который получит энергию ΔE при начальной температуре T_0 . При условии, что T меньше, чем температура плавления железа, получается следующее:

$$m \cdot ((T - T_0) \cdot c_{\text{железа}}) = \Delta E = 0.271 \cdot m \cdot \left(c_{\text{воды}} \cdot 100^\circ\text{C} + \lambda_{\text{льда}} + \lambda_{\text{воды}} - c_{\text{льда}} \cdot T_0 \right).$$

Отсюда,

$$\begin{aligned} T &= T_0 + 0.271 \cdot \left(\frac{c_{\text{воды}}}{c_{\text{железа}}} \cdot 100^\circ\text{C} + \frac{\lambda_{\text{воды}} + \lambda_{\text{льда}}}{c_{\text{железа}}} - \frac{c_{\text{льда}}}{c_{\text{железа}}} \cdot T_0 \right) = \\ &= T_0 \cdot \left(1 - 0.271 \cdot \frac{c_{\text{льда}}}{c_{\text{железа}}} \right) + 0.271 \cdot \left(\frac{c_{\text{воды}}}{c_{\text{железа}}} \cdot 100^\circ\text{C} + \frac{\lambda_{\text{воды}} + \lambda_{\text{льда}}}{c_{\text{железа}}} \right) \end{aligned}$$

Подстановка численных значений, предложенных в задаче, даёт результат

$$T = T_0 \cdot \left(1 - 0.271 \cdot \frac{c_{\text{льда}}}{c_{\text{железа}}} \right) + 0.271 \cdot \left(\frac{c_{\text{воды}}}{c_{\text{железа}}} \cdot 100^\circ\text{C} + \frac{\lambda_{\text{воды}} + \lambda_{\text{льда}}}{c_{\text{железа}}} \right) = 1776^\circ\text{C} - 0.2372 \cdot T_0 \quad (*)$$

Важно отметить, что $T_0 < 0^\circ\text{C}$, поскольку комета – ледяная (температура T_0 во всех формулах выше должна быть представлена в градусах Цельсия, поскольку так представлены температуры плавления льда и кипения воды). Таким образом, температура железного метеорита T получается большей, чем 1776°C . С другой стороны, температура плавления железа составляет 1538°C .

После нагрева до температуры плавления, железный метеорит начинает плавиться. Удельная теплота плавления железа составляет $2.70 \cdot 10^5$ Дж/кг. При использовании этого значения получается, что величина $m \cdot ((T - T_0) \cdot c_{\text{железа}} + \lambda_{\text{железа}})$ превышает значение ΔE при всех отрицательных значениях T_0 от нуля до -273°C (абсолютный нуль температуры):

$$m \cdot ((T - T_0) \cdot c_{\text{железа}} + \lambda_{\text{железа}}) > \Delta E = 0.271 \cdot m \cdot (c_{\text{воды}} \cdot 100^\circ\text{C} + \lambda_{\text{льда}} + \lambda_{\text{воды}} - c_{\text{льда}} \cdot T_0).$$

Таким образом, железный метеорит не расплавится полностью. Следовательно, его температура останется равной температуре плавления железа (1538°C) при всех значениях T_0 .

Температура и удельная теплота плавления железа могли не быть известными участникам олимпиады. Таким образом, допустимы следующие варианты ответа:

- $T = T_{\text{плавления железа}}$, при наличии количественного обоснования, подобного рассмотренному выше;
- $T = 1776^\circ\text{C} - 0.2372 \cdot T_0$, если прямо указано, что температура T должна быть меньше, чем температура плавления железа, неизвестная автору решения.

Ответ: $T = T_{\text{плавления железа}}$.

Критерии оценивания

1. Правильно определена масса испарившихся слоев кометы: **до 6 баллов**;
2. Правильно записана энергия ΔE , потребовавшаяся для испарения вещества кометы: **до 6 баллов**;
3. Правильно использована связь между энергией ΔE и температурой железного метеорита: **до 6 баллов**;
4. Указано, что железный метеорит мог нагреться до своей температуры плавления: **до 3 баллов**.
5. Приведен один из вариантов правильного ответа: **до 3 баллов**.

Задача 4. Шар на нити (10 баллов)

Полый шар, массой которого можно пренебречь, закреплен тонкой нитью внутри цилиндрического сосуда (см. Рисунок). Для испытания нити на прочность, сосуд постепенно заполняют водой, и она рвется, как только шар скрывается под водой полностью. Как можно определить прочность этой же нити в похожем эксперименте (с использованием воды), заменив невесомый шар в сосуде резиновым шаром того же

размера? Принять плотность воды равной 1 г/см^3 , плотность резины равной 1.5 г/см^3 . Ответ обосновать расчетами.

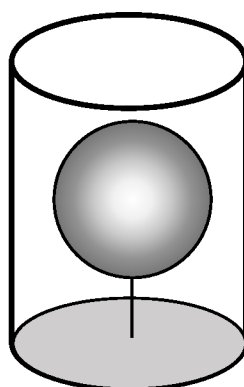


Рисунок к Задаче 4

Решение

Согласно условию задачи, масса шара пренебрежимо мала. Нужно считать, что сила тяжести на этот шар не действует. Действуют на шар силы Архимеда и натяжения нити. Полагаем, что нить рвется тогда, сила Архимеда превысит максимальную силу натяжения нити T_{\max} . При полном погружении шара силу Архимеда можно рассчитать по формуле

$$F_A = g \cdot V_{\text{шара}} \cdot \rho_{\text{воды}}, \quad (1)$$

где $\rho_{\text{воды}}$ – массовая плотность воды; $V_{\text{шара}}$, $R_{\text{шара}}$ – объём и радиус шара, g – ускорение свободного падения, равное 9.8 м/с^2 . До тех пор, пока шар не был погружен в воду полностью, объём вытесненной им воды был меньшим, чем объём самого шара, так что и сила Архимеда была меньшей, чем рассчитываемая по формуле (1). До полного погружения шара нить не рвалась, так что именно формула (1) даёт силу Архимеда, равную T_{\max} .

На резиновый шар действует сила тяжести, причём его плотность выше, чем плотность воды. Если оставить ориентацию сосуда такой же, как на Рисунке к задаче, то нить не порвется ни при каких уровнях воды, поскольку резиновый шар будет лежать на дне сосуда. Для того, чтобы испытать нить на прочность, сосуд необходимо перевернуть.

Если перевернутый сосуд будет расположен вертикально, то на резиновый шар будет действовать сила тяжести F_T , направленная вниз. В отсутствие воды нить порвется, поскольку сила тяжести превысит T_{\max} :

$$F_T = g \cdot V_{\text{шара}} \cdot \rho_{\text{резины}} > g \cdot V_{\text{шара}} \cdot \rho_{\text{воды}}. \quad (2)$$

При этом, значение T_{\max} останется неизвестным.

Для того, чтобы скомпенсировать силу тяжести, перевернутый сосуд можно заполнить водой до необходимого уровня. На шар будут действовать силы Архимеда и натяжения нити, направленные вверх (противоположно силе тяжести). Разность сил тяжести и Архимеда составит

$$\Delta F_{T-A} = g \cdot (V_{\text{шара}} \cdot \rho_{\text{резины}} - V_{\text{воды}} \cdot \rho_{\text{воды}}), \quad (3)$$

где $\rho_{\text{резины}}$ – массовая плотность резинового шара; $V_{\text{воды}}$ – объём воды, вытесненный шаром. Шар может быть погружен в воду лишь частично, так что $V_{\text{воды}} \neq V_{\text{шара}}$.

Для измерения прочности нити нужно обеспечить равенство модулей F_{T-A} и T_{\max} :

$$T_{\max} = g \cdot \rho_{\text{воды}} \cdot V_{\text{шара}} = \Delta F_{T-A} = g \cdot (V_{\text{шара}} \cdot \rho_{\text{резины}} - V_{\text{воды}} \rho_{\text{воды}}) \Rightarrow$$
$$V_{\text{воды}} = V_{\text{шара}} \cdot \frac{(\rho_{\text{резины}} - \rho_{\text{воды}})}{\rho_{\text{воды}}} = V_{\text{шара}} \cdot \left(\frac{\rho_{\text{резины}}}{\rho_{\text{воды}}} - 1 \right). \quad (5)$$

Подстановка чисел из условия задачи даёт объём воды, вытесняемой шаром при максимальном натяжении нити:

$$V_{\text{воды}} = V_{\text{шара}} \cdot \left(\frac{\rho_{\text{резины}}}{\rho_{\text{воды}}} - 1 \right) = V_{\text{шара}} \cdot \left(\frac{1.5 \text{ г/см}^3}{1.0 \text{ г/см}^3} - 1 \right) = 0.5 \cdot V_{\text{шара}}. \quad (6)$$

Таким образом, шар должен быть погружен в воду наполовину.

Ответ: для определения прочности нити с использованием резинового шара нужно перевернуть сосуд и заполнить его водой так, чтобы шар был погружен в воду наполовину.

Критерии оценивания

1. Правильно рассмотрены силы Архимеда и натяжения нити, действующие на невесомый шар: **до 5 баллов;**
2. Получена формула, связывающая силу Архимеда и прочность нити: **до 5 баллов;**
3. Указано, что для измерения прочности нити с помощью резинового шара сосуд необходимо перевернуть и частично заполнить водой: **до 5 баллов;**
4. Предложена конкретная методика определения максимальной силы натяжения нити с использованием резинового шара: **до 5 баллов;**
5. Найдена степень погружения резинового шара в воду, обеспечивающая измерение прочности нити: **до 5 баллов.**