

Тема 1. Теория чисел

Делимость целых чисел, сравнение по модулю, вычеты по модулю, НОД, НОК, расширенный алгоритм Евклида, взаимная простота, Китайская теорема об остатках, простые числа, разложение числа на простые делители, количество делителей числа, решето Эратосфена, функция Эйлера, числа Фибоначчи, малая теорема Ферма, теорема Эйлера, факториалы и их свойства, арифметическая и геометрическая прогрессии, теорема Вильсона.

Тема 2. Теория игр

Выигрышные и проигрышные позиции, ретроспективный анализ, симметричная стратегия, игра ним, теория Шпрага-Гранди, ничейные игры.

Тема 3. Теория графов

Лемма о рукопожатиях, циклы, обычные графы, ориентированные графы, деревья, двудольные графы, раскраски графов, эйлеровы графы, гамильтоновы графы, хроматическое число, число независимости, клики, компоненты сильной связности, мосты, точки сочленения, паросочетания, лемма Холла, остовные деревья, код Прюфера, планарные графы, формула Эйлера для планарных графов.

Тема 4. Комбинаторика

Конечные и бесконечные множества и их свойства, инъекция, сюръекция, правило сложения, правило умножения, количество перестановок, количество размещений, количество размещений с повторениями, количество сочетаний, сочетания и их свойства, сочетания с повторениями, биномиальные коэффициенты, полиномиальные коэффициенты, бином Ньютона, треугольник Паскаля, формула включений и исключений, числа Каталана, числа Стирлинга, классы эквивалентности, раскладки и разбиения, рекуррентные последовательности, комбинаторика слов, принцип Дирихле, диаграммы Юнга.

Тема 5. Начала математического анализа

Понятие функции, точки экстремума, производная функции одной переменной и её свойства, понятие последовательности, базовое представление о пределах последовательности, метод математической индукции, множество натуральных чисел, множество целых чисел, множество рациональных чисел, множество действительных чисел, принцип Архимеда, базовые представления о рядах.

Тема 6. Дискретная теория вероятности

Понятие события, независимые события, сложение и умножение вероятностей, вероятность дополнения события, полная вероятность, условная вероятность, схема Бернулли, случайная величина, матожидание, парадокс дней рождения, геометрическая вероятность.

Тема 7. Алгебра

Отношение полного порядка, отношение частичного порядка, понятие матрицы, системы линейных уравнений, средние величины, многочлены, корни многочлена, теорема Безу, деление многочленов с остатком, алгебраические неравенства, свойства перестановок и инверсии, булева алгебра, битовые операции как операции над булевыми переменными.

Информатика

Тема 8. Вычислительная геометрия

Вектора, скалярное произведение векторов, векторное произведение, уравнение прямой, площадь треугольника через координаты, площадь выпуклого многоугольника через координаты, пересечение прямых, пересечение лучей, пересечение отрезков, расстояние от точки до прямой, уравнение окружности, геометрическое место точек, теорема Пика.

Тема 9. Алгоритмы и структуры данных

Оценка временной сложности алгоритмов, бинарный поиск, бинарное возведение в степень, алгоритм Куна, операции с бинарными деревьями поиска, куча, хэширование, алгоритмы разложения числа на простые множители, префикс- функция, период и грань строки, обратная польская нотация, перцентили.

Тема 10. Системы счисления

Позиционные и непозиционные системы счисления, основание системы счисления, представление числа в системе счисления, перевод чисел между системами (двоичная, восьмеричная, десятичная, шестнадцатеричная), перевод целых и дробных частей, представление отрицательных чисел (прямой, обратный и дополнительный код), переполнение разрядной сетки, представление чисел с плавающей запятой, машинный ноль, машинный эpsilon, округление и потери точности, выполнение арифметических операций в разных системах счисления.

Тема 11. Битовые операции

Представление целых чисел в двоичной системе, поразрядные операции (AND, OR, XOR, NOT), логический и арифметический сдвиги, маскирование битов, установка, сброс и инверсия отдельных битов, выделение младшего и старшего установленных битов, обнуление младшего установленного бита, подсчёт количества единичных битов, проверка чётности числа через биты, битовые трюки для ускорения алгоритмов, представление подмножеств битовыми масками, перебор всех подмножеств и подмасок, использование битовых масок для представления графов и множеств, применение битовых операций в динамическом программировании и при оптимизации по памяти и времени.

Тема 12. Математическая логика

Высказывания и логические связки (конъюнкция, дизъюнкция, отрицание, импликация, эквиваленция), истинностные таблицы, тождества логики (законы де Моргана, двойного отрицания, идемпотентности и др.), тождественно истинные формулы и противоречия, логическое следование, кванторы всеобщности и существования, предикаты, нормальные формы (ДНФ и КНФ), булевы функции, минимизация булевых функций, логические схемы (И, ИЛИ, НЕ, И-НЕ, ИЛИ-НЕ, XOR), эквивалентность логических формул и схем, формализация условий задач, связь логики с теориями множеств и комбинаторикой.

Рекомендуемая литература

Основная литература

1. Пратусевич, Головин, Столбов: Алгебра и начала математического анализа. 10 класс. Углублённый уровень. ФГОС
2. Пратусевич, Головин, Столбов: Алгебра и начала математического анализа. 11 класс. Углублённый уровень. ФГОС
3. В. В. Расин: Лекции по алгебре
4. Виленкин Александр Наумович, Виленкин Павел Александрович: Комбинаторика
5. С.М. Окулов: Алгоритмы обработки строк

Дополнительная литература

1. Грэхем Рональд Л., Кнут Дональд Эрвин. Конкретная математика. Математические основы информатики. Отдельные главы.
2. Т. Кормен, Ч. Лейзерсон, Р. Ривест, К. Штайн — Алгоритмы: Построение и анализ. Отдельные главы.

Электронные ресурсы

1. <http://e-maxx.ru/algo/>
2. <http://neerc.ifmo.ru/wiki>
3. <https://codeforces.com/catalog>
4. <https://stepik.org/catalog>