ИЗУМРУД
ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ

3101081211820

Титульный лист

Направление

- [x] информатика
- [ ] история
- [ ] математика
- [ ] обществознание
- [ ] политология
- [ ] русский язык
- [ ] социология
- [ ] физика
- [ ] химия

Класс

- [ ] 8
- [ ] 9
- [x] 10
- [ ] 11

Фамилия ГАЛЬПЕРИН

Имя ГРИГОРИЙ

Отчество АЛЕКСАНДРОВИЧ

Дата рождения 03 12 2003

Город участия ЕКАТЕРИНБУРГ

Аудитория 315

Телефон 89012710300

Дата 03 03 2020 **Подпись**

Пример заполнения А Б В Г Д Е Ж З И Й К Л М Н О П Р С Т У Ф Х Ц Ч Ш Щ Ъ Ы Ь Э Ю Я 1 2 3 4 5 6 7 8 9 0

ИЗУМРУД
ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ

3101081211820

Проверочный лист

Заполняется участниками

Направление

- [x] информатика
- [ ] история
- [ ] математика
- [ ] обществознание
- [ ] политология
- [ ] русский язык
- [ ] социология
- [ ] физика
- [ ] химия

Класс

- [ ] 8
- [ ] 9
- [x] 10
- [ ] 11

Заполняется организаторами

Количество доп. листов

Замена ручки [ ] да

Время выхода с : до :

Примечание

Протокол проверки

Заполняется жюри

Номер задания	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Балл члена жюри №1	25	17	0	5						
Балл члена жюри №2	25	17	0	5						

Номер задания	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
Балл члена жюри №1										
Балл члена жюри №2										

Итоговый балл 47

Подпись члена жюри №1 Шко

Подпись члена жюри №2 Шабанов

Пример заполнения

А Б В Г Д Е Ж З И Й К Л М Н О П Р С Т У Ф
Х Ц Ч Ш Щ Ъ Ы Ь Э Ю Я 1 2 3 4 5 6 7 8 9 0

Бланк ответов

№1

1.1 Да, может. Как пример вот такой альбом: 2 4 6 8 1 3 5 7 +

1.2 Да, может. Она всегда может сделать разнообразный альбом, при N:2.
Для этого ей нужно сначала выписать все ~~четные~~ фото, сделанные в четный день по возрастанию номера дня, а потом все ~~не~~ нечётные фото. Должно получиться так: 2 4 6 ... N 1 3 5 ... N-1

Возьмем любое фото под четным номером a. Расстояние до фото номер a+1 равняется расстоянию до фото номер a-1 плюс 1, так как ~~число, большее чем~~ нечетное ~~число~~ фото a+1 ~~идет~~ стоит прямо после ~~на~~ фото a-1, ведь они отличаются на 2 и расставлены по возрастанию. => Если фото a находится на расстоянии $\geq \frac{N}{2}-1$ от фото a-1, то и фото a+1 находится на достаточном для разнообразия расстоянии от ~~a~~ фото a.

Фото a находится на расстоянии $\frac{N-a}{2} + \frac{(a-1)-1}{2} = \frac{N-a+a-2}{2} = \frac{N-2}{2} =$

Расстояние от a до N, включая N.

Расстояние от 1 до a-1, включая 1.

+

$= \frac{N}{2}-1$ от фото номер a-1. Расстояние достаточное для разнообразия =)

=) Фото номер a+1 находится на достаточном для разнообразия расстоянии от a. => Альбом разнообразный, так как рассматривая расстояния от всех четных чисел до нечетных мы рассмотрели и все расстояния от всех нечетных чисел до четных.

1.3 Нет, не может. ← **видимо, l - неч.**

Возьмем фото l и $l+1$. Между ними должно находиться $\frac{N}{2}$ фото. Всего останось N-2 фото. Разобьем оставшиеся фото на пары {a, b}, где a - нечетное и b=a+1. Таких пар будет $\frac{N-2}{2} = \frac{N}{2}-1$. ~~Их~~ Фото из одной пары не должны находиться между фото l и $l+1$, так как расстояния между ними будет меньше расстояния между l и $l+1$, которое равняется $\frac{N}{2}$, то есть между ними не будет достаточного расстояния, чтобы альбом был идеальным.
Но по принципу Дирихле, если из $\frac{N}{2}-1$ пар чисел нужно взять $\frac{N}{2}$, то

Обязательно найдется хотя бы одна пара чисел, изначально находившихся в одной паре. $\Rightarrow$ Невозможно составить идеальный ~~об~~ альбом, так как между двумя взаимнорасположенными числами найдутся соседние числа расположенные на идеально недостаточном ~~уров~~ расстоянии друг от друга. Если же мы увеличим расстояние между l и $l+1$ до $\frac{N}{2}+m$, то по принципу Дирихле ~~всё~~ найдутся еще m пар чисел, изначально находящихся в паре. И их невозможно будет расставить так, чтоб они ~~находили~~ были идеально расставлены, ведь: ~~невозможно их расставить~~

Используем мат. индукцию.:

База индукции: Нельзя расставить соседние фото на расстоянии $\frac{N}{2}$ друг от друга

~~Шаг~~ Предположение индукции: Пусть нельзя расставить соседние фото на расстоянии ~~$\frac{N}{2}+m$ соседние друг от друга~~ от $\frac{N}{2}$ до $\frac{N}{2}+m$ друг от друга

Шаг индукции: Если ~~два~~ соседних фото стоят на расстоянии $\frac{N}{2}+m+1$ друг от друга, то среди фото наход. ~~между~~ ними ~~найдет~~ найдутся 2 соседних фото и они должны располагаться на ~~этом минимальном расстоянии~~ расстоянии от $\frac{N}{2}$ до $\frac{N}{2}+m+1-1 = \frac{N}{2}+m$ друг от друга, что невозможно по предположению индукции. ч.т.д.

№2

2.1 0 день: 1

1 день: $1_{10}\ xor\ (1+2)_{10} = 1_{10}\ xor\ 3_{10} = 01_2\ xor\ 11_2 = 10_2 = 2_{10}$

2 день: $2_{10}\ xor\ (2+3)_{10} = 2_{10}\ xor\ 5_{10} = 010_2\ xor\ 101_2 = 111_2 = 7_{10}$

2.2 1а В ~~перв~~ нулевой день Лосяш записал число 1 $\Rightarrow$

1 день: $1\ xor\ (1+\{1,2,3\}) = 1\ xor\ \{2,3,4\} = 001\ xor\ \{010,011,100\} = \{011,010,101\} = \{3,2,5\}$

2 день:

$3\ xor\ (2+\{1,2,3\}) = 011\ xor\ \{011,100,101\} = \{000,111,110\} = \{0,7,6\}$

$2\ xor\ (2+\{1,2,3\}) = 010\ xor\ \{011,100,101\} = \{001,110,111\} = \{1,6,7\}$

$5\ xor\ (2+\{1,2,3\}) = 101\ xor\ \{011,100,101\} = \{110,001,000\} = \{6,1,0\}$

Можно получиться число $x \in \{0,1,\cancel{2},\cancel{3},\cancel{5},6,7\}$

2а ~~1~~ 0 день: 2

1 день: $2\ xor\ (1+\{1,2,3\}) = 010\ xor\ \{010,011,100\} = \{\cancel{011}\ 000,001,110\} = \{0,1,6\}$

2 день:

$0\ xor\ (2+\{1,2,3\}) = 000\ xor\ \{011,100,101\} = \{011,100,101\} = \{3,4,5\}$

$1\ xor\ (2+\{1,2,3\}) = 001\ xor\ \{011,100,101\} = \{010,101,100\} = \{2,5,4\}$

$6\ xor\ (2+\{1,2,3\}) = 110\ xor\ \{011,100,101\} = \{101,010,011\} = \{5,2,3\}$

Можно получ. число $x \in \{\cancel{0},\cancel{1},2,3,4,5,\cancel{6}\}$

3ч 0 день: 3

1 день: $3 \text{ xor } (1 + \begin{smallmatrix}1\\2\\3\end{smallmatrix}) = 011 \text{ xor } \begin{matrix}010\\011\\100\end{matrix} = \begin{matrix}001\\000\\100\end{matrix} = \begin{matrix}1\\0\\4\end{matrix}$

2 день: $\left[\begin{matrix} 1 \text{ xor } (2 + \begin{smallmatrix}1\\2\\3\end{smallmatrix}) = 001 \text{ xor } \begin{matrix}011\\100\\101\end{matrix} = \begin{matrix}010\\101\\100\end{matrix} = \begin{matrix}2\\5\\4\end{matrix} \\ 0 \text{ xor } (2 + \begin{smallmatrix}1\\2\\3\end{smallmatrix}) = 000 \text{ xor } \begin{matrix}011\\100\\101\end{matrix} = \begin{matrix}011\\100\\101\end{matrix} = \begin{matrix}3\\4\\5\end{matrix} \\ 4 \text{ xor } (2 + \begin{smallmatrix}1\\2\\3\end{smallmatrix}) = 100 \text{ xor } \begin{matrix}011\\100\\101\end{matrix} = \begin{matrix}111\\000\\001\end{matrix} = \begin{matrix}7\\0\\1\end{matrix} \end{matrix}\right.$

$\Big\}$ Можно получ.: число $X \in \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 7\}$

$\begin{cases}1ч\\2ч\\3ч\end{cases}$ => Можно получиться число $X \in \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$ => минимально возможное ~~натуральное~~ неотрицательное число, которое можно получиться во 2 день $= \boxed{8}$.

Ответ: 8

+

№ 4.1

Расположение	1234	1243	1324	1342	1423	1432	2134	2143	2314	2341	2413	2431
Длительность	3	3	3	2	2	2	3	3	2	1	2	1

3124	3142	3214	3241	3412	3421	4123	4132	4213	4231	4312	4321
2	1	2	1	0	0	1	1	1	0	0	0

В сумме длительность будет равна $5 \cdot 3 + 7 \cdot 2 + 7 \cdot 1 = 15 + 14 + 7 = \boxed{36}$ Ответ: 36

+

№ 2.3

СС – система счисления

Лосам используем формулу $S(n+1) = S(n) \cancel{f(n+1+p)} (n+1+p)$

В ~~каждый~~ 99 день $S(99)$ ~~будет 7~~ в двоичн. СС будет 7-лизначным, т.к. $99 + 1_{10} = 100_{10} = 1100100_2$ – 7-лизначная. $S(99)$ в двоичн. СС не будет восьми и более значной, ведь для этого нужно, чтоб $S(98)$ был восьми и более значным, а для этого нужно, чтоб 99, 100 или 101 в двоичн. СС были восьми и более значными, что же тех, чем $S(97)$ был восьми и более значным и т.в. Так как $n+1+p$ с каждой новой итерацией будет лишь уменьшаться, но он никогда не станет восьми и более значным в двоичн. СС. => чтоб S(99) был восьми и более значным, нужно, чтоб S(0) был восьми и более значным, что не так => S(99) 7-ми значный в двоич. СС.

Всего 7-ми значных чисел в двоичной СС может быть $2^7 = 128$.

Всего исходов в 99 день будет 3^{99}, т.к. в каждый день число исходов будет в 3 раза больше, чем в предыдущий.

По принципу Дирихле среди всех исходов будет, как минимум $\frac{3^{99}}{128}$ одинаковых

$$\frac{3^{99}}{2^7} = \left(\frac{3}{2}\right)^7 \cdot 3^{92}$$

$\left(\frac{3}{2}\right)^7 > 0$, $3^{92} > 1000$, т.к. 3^7 уже больше 1000.

$\Rightarrow \frac{3^{99}}{2^7} > 1000 \Rightarrow$ Ответ: Да, существует.

№ 2.4

Как и в задаче 2.3 нам нужно понять, будет ли по пр. Дирихле обязательно существовать 10^{45} и более одинаковых исходов. Чтоб это понять, нужно понять, что больше: 10^{45} или $\frac{3^{100}}{2^7}$

Если $\frac{3^{100}}{2^7} > 10^{45}$, то ответ — да; если же $\frac{3^{100}}{2^7} < 10^{45}$, то ответ неопределен, так как по принципу Дирихле не будет достаточно много одинаковых исходов, но поскольку наши исходы не распределяются равномерно, то всё ещё может измениться

$$\frac{3^{100}}{2^7} \ ? \ 10^{45} \Leftrightarrow 3^{100} \ ? \ 2^{52} \cdot 5^{45}$$

Бланк ответов