

## Титульный лист

Направление  информатика  история  математика  
 обществознание  политология  русский язык  
 социология  физика  химия

Класс  8  9  10  11

Фамилия Я К И М О В

Имя С Е Р Г Е Й

Отчество С Е Р Г Е Е В И Ч

Дата рождения 19 03 2003

Город участия Т Ю М Е Н Ь

Аудитория 209

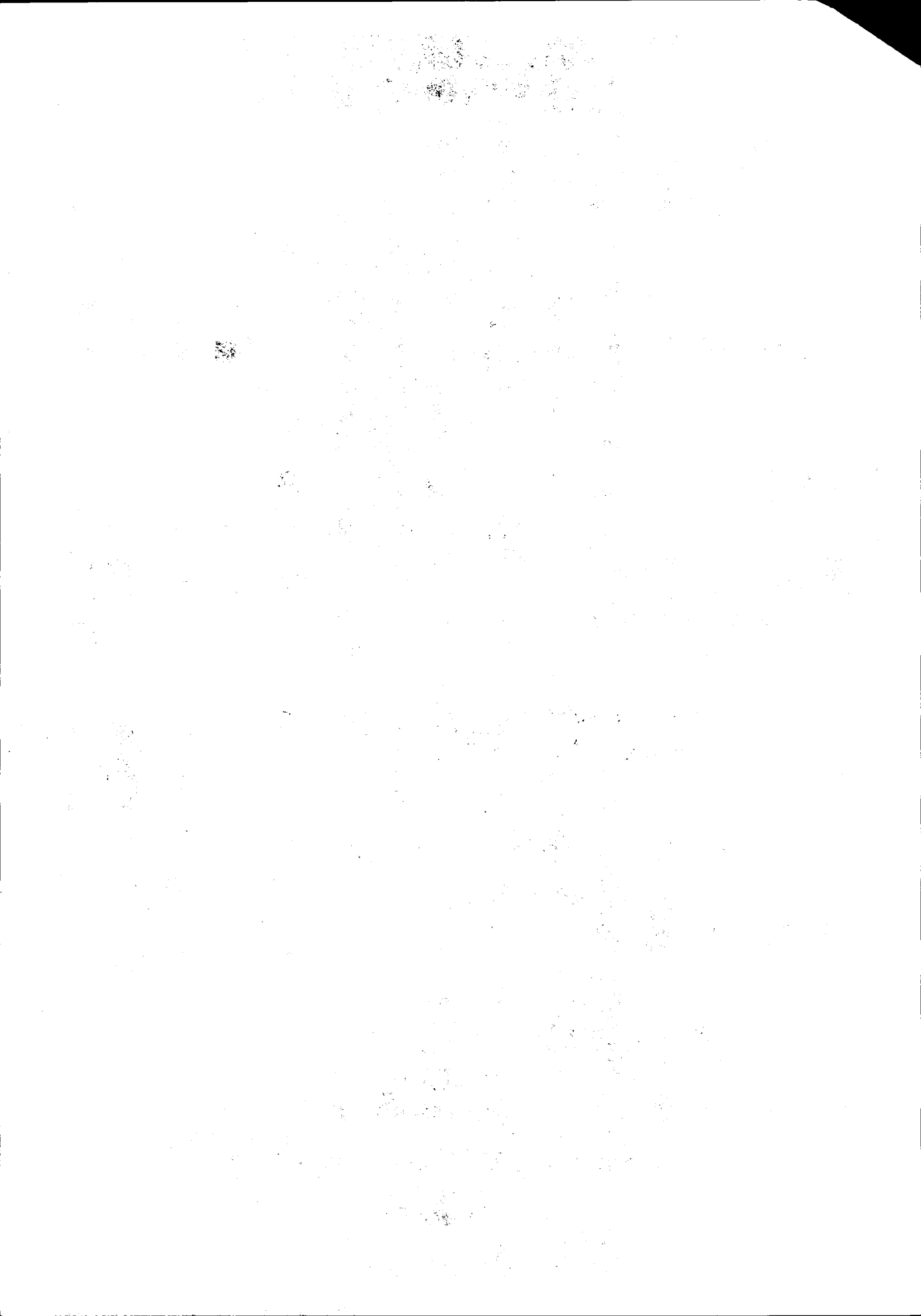
Телефон + 7 9 2 2 4 8 4 5 7 9 7

Дата 29 02 2020

Подпись

Пример заполнения А Б В Г Д Е Ж З И Й К Л М Н О П Р С Т У Ф  
Х Ц Ч Ш Щ Ъ Ы Ь Э Ю Я 1 2 3 4 5 6 7 8 9 0





Задание 1

$$a=1, b=4, c=8, d=12$$

$\Rightarrow a < b < c < d$  - верно

$$8^2 = 1 \cdot 4 + 1 \cdot 12 + 12 \cdot 4 - \text{верно}$$

Ответ:  $a=1, b=4, c=8, d=12$

Задание 3

Представим числа 2018 и 2019 как сумму наибольших факториалов:

$$2018 = 2 \cdot 720 + 4 \cdot 120 + 4 \cdot 24 + 2$$

$$2019 = 2 \cdot 720 + 4 \cdot 120 + 4 \cdot 24 + 2 + 1$$

Можно разложить 2 как  $1+1$ , ~~6~~ как  $2+2+2$ , 24 как  $6+6+6+6$ , 120 как  $24+24+24+24+24$ , 720 как  $120+120+120+120+120+120$

То есть единицу никак нельзя разложить на сумму факториалов и нельзя получить новый факториал, прибавив к какому-то факториалу, <sup>(кратне 1!)</sup> поскольку факториальное число (кратне 1)

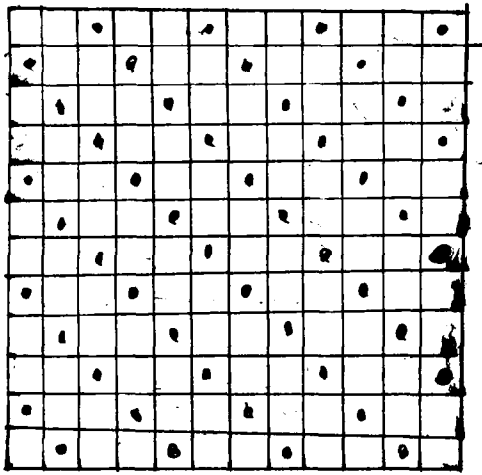
Значит единица <sup>не доказано</sup> не имеет ни ка-во способов разложения числа на сумму факториалов

$$\Rightarrow A = B$$

ЧТД

Задание 5

Приведем пример расстановки 48 прицесс

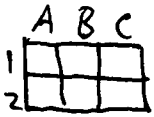


• на доске означает принцессу

- пример есть

Можно заметить, что доску можно разбить на прямоугольники  $2 \times 3$ , в каждом из которых будет по две принцессы

Докажем, что в прямоугольнике  $2 \times 3$  нельзя разместить 3 принцессы



Если поставить принцессу в клетку A1, то вторую можно поставить в C1, C2, B2. ~~Для любого другого выбора поставим принцессу~~

A2  $\Rightarrow$  C1 или C2 ~~нельзя поставить 3-ю~~

B1  $\Rightarrow$  C2 ~~нельзя поставить 3-ю~~

B2  $\Rightarrow$  A1 ~~нельзя поставить 3-ю~~

C1  $\Rightarrow$  A1 или A2 ~~нельзя поставить 3-ю~~

C2  $\Rightarrow$  A1 или B1 или A2 ~~нельзя~~

$\Rightarrow$  при постановке второй, возможные места для 3-ей становятся запрещены

$\Rightarrow$  Поставить 3 принцессы в прямоугольник  $2 \times 3$  невозможно

$\Rightarrow$  Больше, чем 48 принцессы на доску  $12 \times 12$  поставить нельзя

Ответ: 48

Задание 4

Отвечая, что  $p_1 + p_2^2 + \dots + p^q$  делится на  $q$ , а  $q + q^2 + \dots + q^p$  делится на  $p$ , т. к.  $1 + p + p^2 + \dots + p^{q-1} = \frac{q + q^2 + \dots + q^q}{p}$  и наоборот.

Это может произойти, если  $p \div q$  или если сумма остатков от деления  $p$  на  $q$ ,  $p^2$  на  $q$ , ...,  $p^q$  на  $q$  делится на  $q$ .  
Кстати можно заметить, что чтобы сумма остатков ~~была~~ делится на  $q$ , число остатков должно быть четным. Почему?

Бланк ответов

То же возможно только при  $p=2$  или  $q=2$ , но если  $p=2$ , то  $q(1+q)$  должно ~~быть степенью двойки~~ делиться на  $p+p^2+\dots+p^q$ , что очевидно не так, поскольку

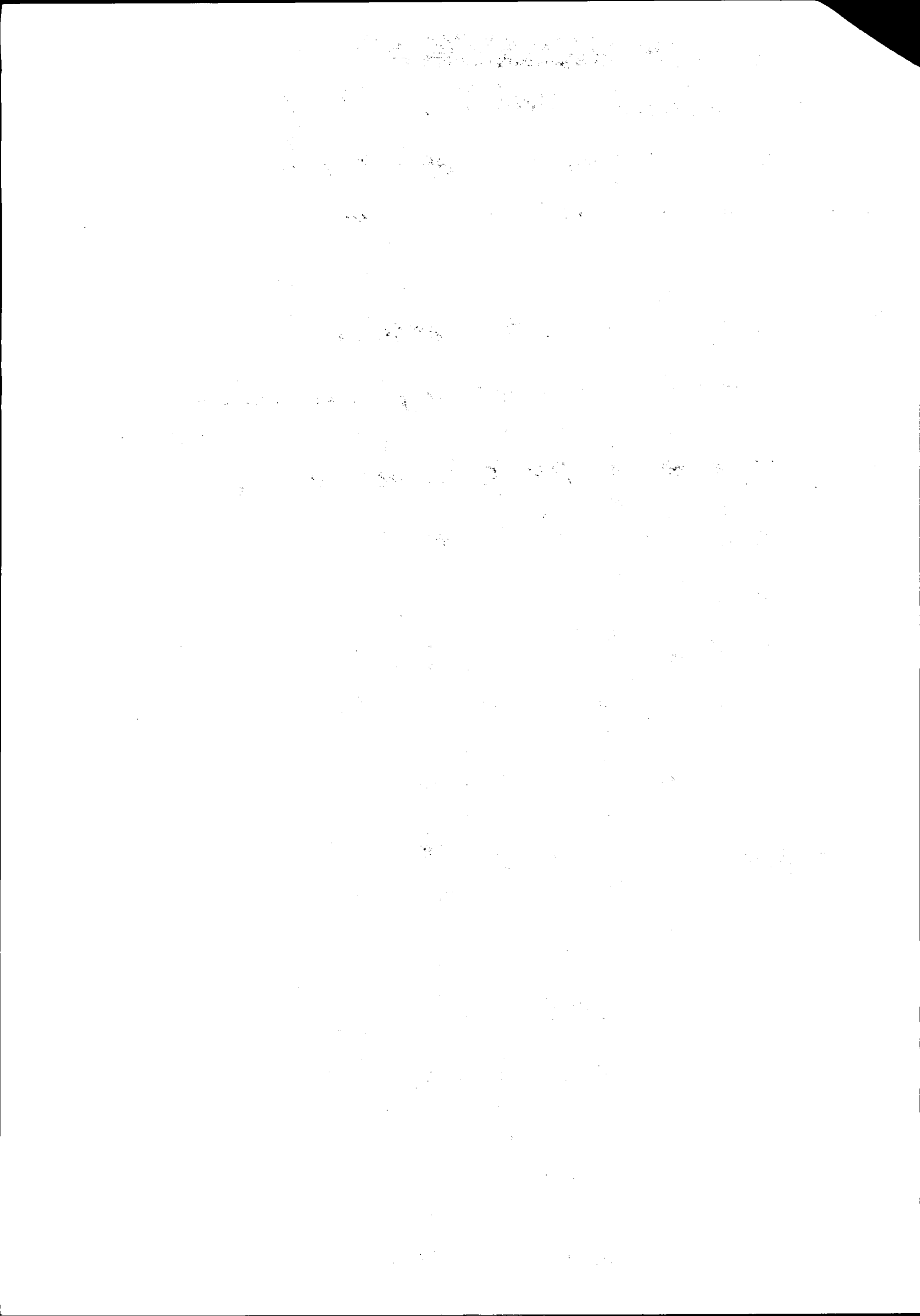
$$3(1+3) = 12, \quad 2+2^2+2^3 = 14$$

$$5(1+5) = 30, \quad 2+2^2+2^3+2^4+2^5 > 30 \text{ и т.д.}$$

и т.д., то есть  $p+p^2+\dots+p^q$  всегда будет делиться на  $q(1+q)$

$\Rightarrow p:q$ , а т.к.  $p$  и  $q$  - простые, то  $p=q$

ЧТО



## Бланк ответов



