ИЗУМРУД
ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ

3101226707433

Титульный лист

Направление

- [ ] информатика
- [ ] история
- [x] математика
- [ ] обществознание
- [ ] политология
- [ ] русский язык
- [ ] социология
- [ ] физика
- [ ] химия
- [ ] филология

Класс [ ] 8 [ ] 9 [ ] 10 [x] 11

Фамилия ВОРОНЦОВА

Имя СОФЬЯ

Отчество ОЛЕГОВНА

Дата рождения 26 11 2002

Город участия ПЕРМЬ

Аудитория 115

Телефон 89223448118

Дата 27 02 2024 **Подпись**

Пример заполнения АБВГДЕЖЗИЙКЛМНОПРСТУФ
ХЦЧШЩЪЫЬЭЮЯ1234567890

3101226707433

ИЗУМРУД
ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ

Проверочный лист

Заполняется участниками

Направление ☐ информатика ☐ история ☒ математика ☐ обществознание ☐ политология ☐ русский язык ☐ социология ☐ физика ☐ химия ☐ филология

Класс ☐ 8 ☐ 9 ☐ 10 ☒ 11

Заполняется организаторами

Количество доп. листов

Замена ручки ☐ да

Время выхода с : до :

Примечание

Протокол проверки
Заполняется жюри

Номер задания	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Балл члена жюри №1	00	00	15	00	00	00				
Балл члена жюри №2	0	0	15	0	0	0				

Номер задания	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
Балл члена жюри №1										
Балл члена жюри №2										

Итоговый балл 15

Подпись члена жюри №1

Подпись члена жюри №2

Пример заполнения А Б В Г Д Е Ж З И Й К Л М Н О П Р С Т У Ф Х Ц Ч Ш Щ Ъ Ы Ь Э Ю Я 1 2 3 4 5 6 7 8 9 0

Задание 1:

1) Имеем 4 натуральных числа > 1; число может быть чётным (ч) или нечётным (н). =>

Тогда имеем 5 комбинаций чисел:

1. ч ч ч ч
2. н н н н
3. ч ч н н
4. ч ч ч н
5. н н н ч.

2) Рассмотрим эти комбинации:

1. $\frac{ч^2+ч^2+ч^2}{ч+1} = \frac{ч}{н}$ – нацело не делится;

2. $\frac{н^2+н^2+н^2}{н+1} = \frac{н}{ч}$ – не делится;

3. $\frac{ч^2+ч^2+н^2}{н+1} = \frac{н}{ч}$ – не делится;

4. $\frac{ч^2+ч^2+н^2}{ч+1} = \frac{н}{н}$

5. $\frac{ч^2+н^2+н^2}{н+1} = \frac{ч}{ч}$

=> 4 и 5 комбинации выполняют условия чётности / нечётности;

3) Но чтобы условие задачи выполнялось числа должны подходить не только по чётности / нечётности, но и по кратности:

см. пр. р. →

$\frac{ч}{ч} \vdots a$

$\frac{н}{н} \vdots a$ $\Rightarrow$ ~~что~~ будет выполняться только в случае кратности числу a каждого из 4-х чисел. $\Rightarrow$

- для 4 случая имеем 2-е комбинации:

4.1. $\frac{ч^2+ч^2+ч^2}{н+1} \vdots a \not\Rightarrow \cancel{ч^2 \vdots a}$

4.2. $\frac{ч^2+ч^2+н^2}{ч+1} \vdots a \Rightarrow \left.\begin{matrix} ч^2 \vdots a \\ ч+1 \vdots a \end{matrix}\right] \Rightarrow \begin{matrix} ч \vdots a \\ ч+1 \vdots 1 \end{matrix}$ – противоречие.

Аналогично для 5 случая:

5.1. $\frac{н^2+н^2+н^2}{ч+1} \vdots a$

5.2. $\frac{н^2+н^2+ч^2}{н+1} \vdots a \Rightarrow \begin{matrix} н^2 \vdots a \\ н+1 \vdots a \end{matrix} \Rightarrow \begin{matrix} н \vdots a \\ н+1 \vdots a \end{matrix}$ – противоречие

4) Из пунктов 2 и 3 следует, что нужных 4-х натуральных чисел, выполняющих условия задачи не существует.

Ответ: нет, не существуют.

см. пр. р.

Задание 2:

2 3 5 7 11 13 17 19 23 29 – простые числа.

1) Т.к. на доске нам даны простые числа, то при умножении в первом случае мы не получим повторяющихся чисел.

Кол-во чисел $= C_1 = \frac{N(N-1)}{2} = \frac{10 \cdot 9}{2} = 45.$

2) Запишем часть „цепочки" полученных чисел:

$2 \cdot 3 \quad 2 \cdot 5 \quad 2 \cdot 7 \quad 2 \cdot 11 \quad 2 \cdot 13$ ... и т.д

Теперь запишем часть 3-ей цепочки, полученной после 2-ого умножения:

$2 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 5 \quad 2 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 7 \quad 2 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 11 \quad 2 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 13$ и т.д.

Заметим, что каждое полученное число отличается последним множителем (5, 7, 11, 13) – простым числом => ни одно число (кроме простых) не может при умножении дать этот „последний" множитель =>

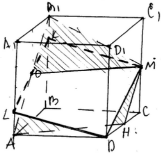
ни одного повторяющегося числа после повторного умножения мы не получим. $(2 \cdot 3) \cdot (5 \cdot 7) = (2 \cdot 5) \cdot (3 \cdot 7)$

3) Посчитаем кол-во чисел на доске:

$C_2 = \frac{C_1(C_1-1)}{2} = \frac{45 \cdot 44}{2} = 990.$ Ответ: 990 чисел.

см. пр.р.

Задание 3:



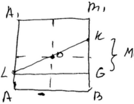
Дано: $ABCDA_1B_1C_1D_1$ – куб,
$C_1M = MC$.
O - середина ABB_1A_1.
$(XOM) \cap AD$.
$AB = BC = BB_1 = 1$.
Найти: $S = ?$

Решение:

1. Построим "краткие" плоскости, которые могут получиться при прохождении плоскости XOM через AD.
Плоскости: DMKL и B_1AHM. (см. рис.)

2. При прохождении этих плоскостей из грань BB_1C_1C получим ΔB_1KM, где и сосредоточено множество точек.

3. При построении сечений опираемся на т. M и O;
чтобы построить (DMKL) соединяем M и O (лежат в одной плоскости (DD_1C_1)), потом проводим через т. O прямую $LK \parallel MD$ (т.к. $AA_1B_1 \parallel DD_1C_1$).

4. 

$$B_1K = GB = \frac{B_1B - MC}{2} = \frac{B_1B - 0{,}5B_1B}{2} = \frac{1}{4}B_1B$$

см. пр. р.

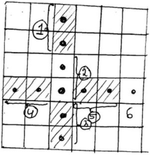
5. $S = \frac{1}{2} \cdot B_1K \cdot h = \frac{1}{2} B_1K \cdot B_1C = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{4} BB_1 \cdot BB_1 = \frac{1}{8} BB_1^2$;

$S = \frac{1}{8} 1^2 = \frac{1}{8} = 0,125$

+

Ответ: $S = 0,125$.

Задание 6:



1. Отметим на поле клетки, которые «невыгодны» 1-ому игроку. (•)
(если на эти клетки положит свою полоску 2-ой игрок).

2. Чтобы закрыть все эти клетки 2-му игроку понадобится сделать минимум 6 ходов.

3. Но игроки ходят по очереди, и 1-ый игрок при этом всегда закрывает одну из «невыгодных» клеток. Частная стратегия

4. 1 и 2-ой игроки вместе закроют эти клетки ч/з 6 ходов =>
т.е через 3 хода 1-ого и 3 второго => не доказано
1-ый игрок гарантированно выложит 3 шир.р. полоски

Ответ: 3.