

Титульный лист

Направление ☐ информатика ☐ история ☒ математика
☐ обществознание ☐ политология ☐ русский язык
☐ социология ☐ физика ☐ химия
☐ филология

Класс ☐ 8 ☐ 9 ☐ 10 ☒ 11

Фамилия Х Е Й Ф Е Ц

Имя С Е Р Г Е Й

Отчество А Л Е К С Е Е В И Ч

Дата рождения 0 8 1 2 2 0 0 3

Город участия Е К А Т Е Р И Н Б У Р Г

Аудитория 6 1 1

Телефон 8 8 0 0 5 5 5 3 5 3 5

Дата 2 6 0 2 2 0 2 2 Подпись



Пример
заполнения

А Б В Г Д Е Ж З И Й К Л М Н О П Р С Т У Ф
Х Ц Ч Ш Щ Ъ Ы Ь Э Ю Я 1 2 3 4 5 6 7 8 9 0



Проверочный лист

Заполняется участниками

Направление

- | | | |
|---|--------------------------------------|--|
| ☐ информатика | ☐ история | ☒ математика |
| ☐ обществознание | ☐ политология | ☐ русский язык |
| ☐ социология | ☐ физика | ☐ химия |
| ☐ филология | | |

Класс

- ☐ 8 ☐ 9 ☐ 10 ☒ 11

Заполняется организаторами

Количество доп. листов

Время выхода с : до :

Примечание

Протокол проверки

Заполняется жюри

Номер задания	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Балл члена жюри №1	20	20	0	0	0					
Балл члена жюри №2	20	20	0	0	0					
Номер задания	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
Балл члена жюри №1										
Балл члена жюри №2										

Итоговый балл 40

Подпись
члена жюри №1



Подпись
члена жюри №2



Пример
заполнения

А Б В Г Д Е Ж З И Й К Л М Н О П Р С Т У Ф
Х Ц Ч Ш Щ Ъ Ы Ь Э Ю Я 1 2 3 4 5 6 7 8 9 0



Задача 1 (1/2)

$C_{12}^2 = \frac{12 \cdot 11}{2} = 66$ ^{различных} неупорядоченных пар $\{a, b\}$, где $a \neq b$ и $a, b \in [1; 12]$, $a, b \in \mathbb{N}$.

$S = \{s_i = \{a, b\}, \text{ где } a = n_i, b = n_{i+1} - \text{числа в } 12\text{-угольнике}\}$

$S^* = \{s_i^* = \{a, b\}, a = n_i, b = n_{i+3} - \text{«-11-»}\}$

S и S^* тоже неупорядоч. пары

$|S| = 12$ (т.к. $n_i \neq n_{i+1} \Rightarrow s_i \neq s_j$)

Аналогично $|S^*| = 12$

Кроме того, $|S \cap S^*| = 0$, т.к. $\forall n_i: n_{i+1} \neq n_{i+3}$

Тогда $S \cup S^* = 24$

Вопрос. При этом суммы могут быть от $3 = 1+2$ до $23 = 11+12$. | Простых сумм: 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23

$3 = 1+2$

$5 = 1+4 = 2+3$

$7 = 1+6 = 2+5 = 3+4$

$11 = 1+10 = 2+9 = 3+8 = 4+7 = 5+6$

$13 = 1+12 = 2+11 = 3+10 = 4+9 = 5+8 = 6+7$

$17 = 4+12 = 5+11 = 6+10 = 7+9$

$19 = 7+12 = 8+11 = 9+10$

$23 = 11+12$

Имеем 25 разл. неупоряд. $\{a, b\}$ таких, что $a \neq b$ - простые.

Заметим, что для конкретного $a = n_i$ может реализоваться не более 4 пар: $\{a, b\}$: $b = n_{i+1}$ или $b = n_{i-1}$ или $b = n_{i+3}$ или $b = n_{i-3}$

У нас тут 5 пар с $\{1\}$ и 5 пар с $\{2\}$.

Если $1+2$ не реализуется, то обязаны не реализоваться 2 др. пары: одна с 1 и одна с 2. Тогда их будет $23 < S \cup S^* = 24$ - невозм. реализуется каждая из пар, которая не даёт прост. сумм. ✓

Задание 1 (2/2)

Если $x \neq 1/2$ не реализуется, то должны реализоваться ост. 24 "простых" пары.

Тогда... ну.....

Сумма на сумм: $\left(\frac{12 \cdot 11}{2} \cdot 2 \right) \cdot 2 =$

~~$(12 \cdot 11 \cdot 2) \cdot 2 =$~~

При этом ~~$5 \cdot 2 + 7 \cdot 3 + 11 \cdot 5 + 13 \cdot 6 +$~~ $= 12 \cdot 11 \cdot 2$

$5 \cdot 2 + 7 \cdot 3 + 11 \cdot 5 + 13 \cdot 6 + 17 \cdot 4 + 19 \cdot 3 + 23 \cdot 2$

~~$\neq 12 \cdot 11 \cdot 2$~~ $\neq 12 \cdot 11 \cdot 2$

значит не может

+

Задание 2

1		
	9	

 - всегда (цифра 1 и 9 будет никуда поставлена)

Перебираем: 1)

1		
	4	
		9

 2)

1		
	5	
		9

 3)

1		
	6	
		9

Вместо ~~4, 5, 6~~ 4/5/6 не может быть 2/3/7/8 (т.к. если там

2/3 то нельзя

6		
9		
2		

поставить в с/б и аналогично если 7/8 то нельзя в с/б)

1) ~~081~~

1	3	
2	4	
		9

 либо

1	3	
2	4	
		9

 (остались 5, 6, 7, 8

для них $C_4^2 = 6$ вариантов: $\begin{smallmatrix} 5 \\ 78 \end{smallmatrix}$, $\begin{smallmatrix} 5 \\ 68 \end{smallmatrix}$, $\begin{smallmatrix} 5 \\ 67 \end{smallmatrix}$, $\begin{smallmatrix} 7 \\ 56 \end{smallmatrix}$, $\begin{smallmatrix} 6 \\ 57 \end{smallmatrix}$, $\begin{smallmatrix} 6 \\ 58 \end{smallmatrix}$.

Всего $6 \cdot 2 = 12$ т.к. 2 и 3 менять можно ✓

3)

1		
	8	
		9

 /

1		
	9	
		8

 аналогично 2) 12 ✓

2)

1		
	5	
		9

 ост. 2, 3, 4, 6, 7, 8 $C_6^3 = 20$ (без симметрии но попарно не все

$\begin{smallmatrix} 123 \\ 459 \end{smallmatrix}$: $\begin{smallmatrix} 6 \\ 78 \end{smallmatrix}$ / $\begin{smallmatrix} 68 \\ 73 \end{smallmatrix}$ / $\begin{smallmatrix} 8 \\ 73 \end{smallmatrix}$ = 3 $\cdot 2 = 6$ (симм.)

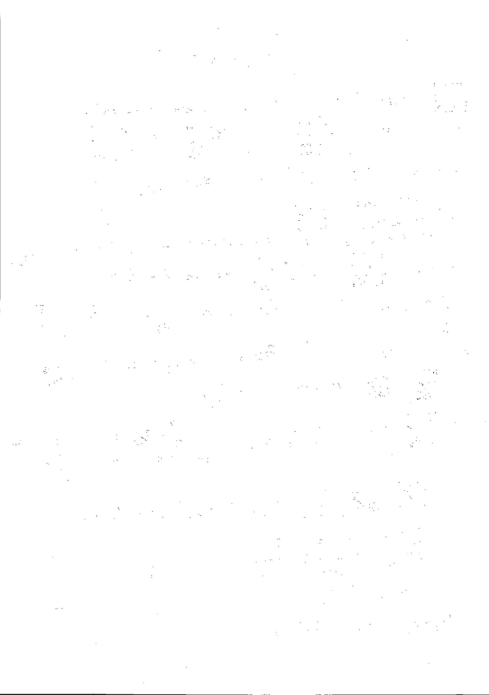
1) 2 и 3 - множ. 2
3) 5 4 не с/б - множ. 2

6 9 далее 3 в итоге $3 \cdot 2 \cdot 2 = 12$

Всего 18

Итого: $12 + 12 + 18 = 42$

+



Задача 3

$$x = [x] + \{x\}$$

$$1) \{x\} < 0,5 \Rightarrow]x[= [x]$$

$$2) \{x\} \geq 0,5 \Rightarrow]x[= [x] + 0,5$$

$$x[x] = a \quad \{x\} = b \quad x^2 + 2]x[= 6 \Rightarrow a^2 + 2ab + b^2 + 2a - 6 = 0$$

$$1) a^2 + 2ab + b^2 + 2a - 6 = 0 \quad a^2 + 2a(b+1) + b^2 - 6 = 0$$

$$a = \frac{-2(b+1) \pm \sqrt{4(b+1)^2 - 4b^2 + 24}}{2}$$

$$D = 4b^2 + 8b + 4 - 4b^2 + 24 = 8b + 28$$

Реша

$$x^2 + 2x = 6 \quad x^2 + 2x - 6 = 0 \quad x = \frac{-2 \pm \sqrt{4 + 24}}{2} = \frac{-2 \pm \sqrt{28}}{2} = -1 \pm \sqrt{7}$$

Задача 4

