ИЗУМРУД
ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ

2502308234422

# Титульный лист

**Направление**
- [ ] информатика
- [ ] история
- [x] математика
- [ ] обществознание
- [ ] политология
- [ ] русский язык
- [ ] социология
- [ ] физика
- [ ] химия
- [ ] филология

**Класс** [ ] 8 [ ] 9 [ ] 10 [x] 11

**Фамилия** ИВАЩЕНКО

**Имя** ВИКТОР

**Отчество** ВИКТОРОВИЧ

**Дата рождения** 05 04 2004

**Город участия** РУДНЫЙ

**Аудитория** 420

**Телефон** +77771491878

**Дата** 26 02 2022 **Подпись** Ивощенко

**Пример заполнения** А Б В Г Д Е Ж З И Й К Л М Н О П Р С Т У Ф Х Ц Ч Ш Щ Ъ Ы Ь Э Ю Я 1 2 3 4 5 6 7 8 9 0

ИЗУМРУД
ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ

2502308234422

# Проверочный лист

## Заполняется участниками

**Направление**
- [ ] информатика
- [ ] история
- [x] математика
- [ ] обществознание
- [ ] политология
- [ ] русский язык
- [ ] социология
- [ ] физика
- [ ] химия
- [ ] филология

**Класс** [ ] 8 [ ] 9 [ ] 10 [x] 11

## Заполняется организаторами

Количество доп. листов

Время выхода с : до :

Примечание

## Протокол проверки
## Заполняется жюри

| Номер задания | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Балл члена жюри №1 | 20 | 20 | 0 | 0 | 0 | | | | | |
| Балл члена жюри №2 | 20 | 20 | 0 | 0 | 0 | | | | | |

| Номер задания | 11 | 12 | 13 | 14 | 15 | 16 | 17 | 18 | 19 | 20 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Балл члена жюри №1 | | | | | | | | | | |
| Балл члена жюри №2 | | | | | | | | | | |

**Итоговый балл** 40

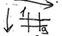
**Подпись члена жюри №1**

**Подпись члена жюри №2**

**Пример заполнения** А Б В Г Д Е Ж З И Й К Л М Н О П Р С Т У Ф Х Ц Ч Ш Щ Ъ Ы Ь Э Ю Я 1 2 3 4 5 6 7 8 9 0

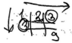
Бланк ответов

Задание №2

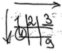
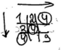
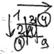
Дана таблица 3×3, при этом слева направо и сверху вниз числа уменьшаются. Представить это можно так: , где стрелки показывают увеличение числа. Можно сделать вывод, что в ~~правом~~ левом верхнем углу и в ~~левом~~ правом нижнем углу будут наименьшее и наибольшее значение соответственно. В нашем случае, это 1 и 9. Теперь таблицу можно представить так: 

Далее нужно последовательно просчитать все варианты расстановки. Число 2 может быть подставлено только в поле: , ведь нельзя поставить что-то м/у 1 и 2. Для 8 соответственно: . От возможных знач. 2 буду разбивать случаи и находить для следующих значений. Так, для 3 и для знач. далее будет:

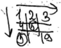
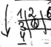
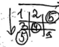
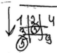
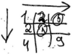
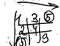
3

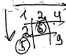
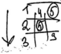
 , ведь в этом интервале м/у 3 и 2/1 допускать нельзя. Продолжим:

4

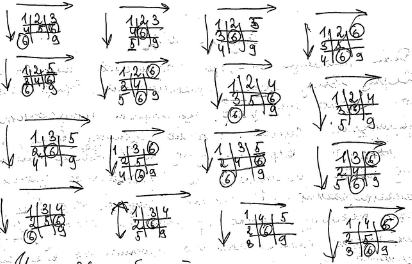
   , так для 4 уже есть 8 возможных случаев.

5

  — для каждого из 8 вариантов еще по 2. Продолжим с 6.

6



Итого: 26 комбинаций.

Для 7 и 8 вновь прописывать так будет долго, а считать то, что выше было и так муторно. Все комбинации выше можно поделить на 2 типа — те, где возможно ввести еще две комбинации и те, где можно ввести лишь одну, ведь не везде 7 и 8 можно поменять местами так, чтобы это удовлетворяло условию. По моим подсчетам, менять 7 и 8 можно в 16 комбинациях, а невозможно это в 10. Где остается 2 поле в 1 ряду — можно составить 1 комбинацию, а где поле в разных — 2. Итого, комбинаций можно составить в $10 + 16 \cdot 2 = 32 + 10 = 42$.

Всего: 42 комбинации.

Ответ: 42 комбинации

+

Задание 3.

$x$ – полученное

$2x$ – целое

$2\lfloor x \rfloor$ – полученное от полученного ???

$\lfloor x \rfloor < x$

$2\lfloor x \rfloor = x$

$x^2 + 2 \cdot \lfloor x \rfloor = 6$

$x^2 + x = 6$

$x^2 + x - 6 = 0$

$x_{1;2} = -3; 2$, по Т. Виета.

$x_1 = -3$ $\qquad$ $x_2 = 2.$

$2\lfloor x \rfloor = -3$ $\qquad$ $2\lfloor x \rfloor = 2.$

$\lfloor x \rfloor = -\frac{3}{2}$ $\qquad$ $\lfloor x \rfloor = \frac{2}{2}$

$\lfloor x \rfloor = -1{,}5$ $\qquad$ $\lfloor x \rfloor = 1$

$-1{,}5 > -3$ $\qquad$ $1 < 2$, а $\lfloor x \rfloor < x$, $\Rightarrow -1{,}5$ – не удовлетворяет условию. Тогда $\lfloor x \rfloor = 1$; $x = 2$; $x^2 = 4$.

Ответ: $\lfloor x \rfloor = 1$; $x = 2$; $x^2 = 4$.

Задание 1.

Для начала выпишу все простые числа от 1 до 23 (макс. возможной суммы). Ряд таков: 1, 2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23. Теперь определю пары, что могут их дать с каждым числом от 1 до 12.

1: +2 = 3; +4 = 5; +6 = 7; +10 = 11; +12 = 13

2: +1 = 3; +3 = 5; +5 = 7; +9 = 11; +11 = 13

3: +2 = 5; +4 = 7; +8 = 11; +10 = 13; +12 = 15 ?

4: +1 = 5; +3 = 7; +7 = 11; +9 = 13; +11 = 15 ?

5: +2 = 7; +6 = 11; +8 = 13; +12 = 17

6: +1 = 7; +5 = 11; +7 = 13; +11 = 17

7: +4 = 11; +6 = 13; +10 = 17; +12 = 19

8: +3 = 11; +5 = 13; +9 = 17; +11 = 19

9: +2 = 11; +4 = 13; +8 = 17; +10 = 19

10: +1 = 11; +3 = 13; +7 = 17; +9 = 19

11: +2 = 13; +6 = 17; +8 = 19; +12 = 23

12: +1 = 13; +5 = 17; +7 = 19; +11 = 23.

Каждое число должно иметь минимум 4 пары и по моим записям видно, что, как минимум, четыре пары у каждого числа имеется. Однако, по этим же вычислениям можно увидеть, что идентичные пары имеют числа 12 и 6, а следовательно быть они должны на 1-ом месте, а такого быть не может. Покажу на практике: 6 должно стоять след. образом (числа могут быть расположены иначе, кроме 6!).

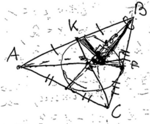
7 · 1 6 5 · 11

Числу 12 нужна такая же позиция, и если поставить его даже на место аналогично тому, оно не сможет образовывать пары, и подобное место не будет вообще нигде. С другими числами, кроме этих, число 12 не может

# Бланк ответов

создать пары, чтобы в сумме было простое число. Следовательно, существие так и можно.

Ответ. Нет, такой 12-угольник с такими числами существовать не может. (+)



## Задание 4.

Дано:

I - центр впис. окр. ~~М-точка перес. медиан~~

М - точка пересеч. медиан.

$\angle KIB = 90°$.

Д-ть: $MI \perp BC$

Решение:

1. I - центр впис. окр., => BI, AI, CI - биссектрисы своих углов. ✓, => ~~BK~~ $\angle KBI = \angle IBC$ ✓

2. Расм. $\triangle KIB$ и $BIF$ (F - точка, из кот. идет медиана)
BI - общая сторона, а $\angle KBI = \angle FBI$. $KI = FI$, так. как это радиусы вписанной окружности. Эти точки соединяют ~~фигуры~~ окружность вдоль всего фигуры с ее сторонами, => $\triangle KIB = \triangle FIB$ по 2-м сторонам и углу.

3. Т.к. $\triangle KIB = \triangle BIF$, все углы в $\triangle$ соотв. равны => $\angle KIB = \angle IFB = 90°$. ✓

4. Т.к. $\angle IFB = 90°$, $MI \perp CB$? ч.т.д.

А почему точки M, I, F должны лежать на одной прямой?

## Задание 1. а5?

Т.к. число должно быть натуральным, вариантов
должно быть ≥ 1 и делимое нацело. Важно, что порядок
указан некоторый, поэтому можно менять порядка
воль порядком простых чисел. Чтобы максимизиро-

считать было проще, пусть $p_i^2+2=1$ $\Rightarrow$?
$\Rightarrow p_{i+2}=1$, а $p_i p_{i+1}$ и $p_i$ — другие простые числа. Попробую сделать так, чтобы $p_i \cdot p_{i+1} =$
$= p_i + p_i + 1$ и тогда будет получаться 1, что и есть натур. число. Тогда,
$p_i p_{i+1} - 1 = p_i + p_i + 1$. Для удобства пусть $p_i = x$, а $p_{i+1} = y$. Тогда: $xy - 1 = x + y$. Пусть $x = 2$, а $y = 3$ — простое число. Тогда: $2 \cdot 3 - 1 = 2+3$, и, действительно $5 = 5$. Попробую представить это, используя весь фрагмент ряда. Допустим, он включает такой фрагмент: $p_i = 2$; $p_{i+1} = 3$; $p_{i+2} =$
$= 1$. $\{2; 3; 1\}$. Тогда, подставив по формуле будет:
$$\frac{3 \cdot 2 - 1^2}{3+2} = \frac{6-1}{5} = \frac{5}{5} = \frac{1}{1},$$
а 1 — натур. число. Следовательно, да, такое, действительно, может быть.

Ответ: да, такое может быть при правильном ряде.

Неверно понято условие