ИЗУМРУД
ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ

2502649287516

Титульный лист

Направление

- [ ] информатика
- [ ] история
- [x] математика
- [ ] обществознание
- [ ] политология
- [ ] русский язык
- [ ] социология
- [ ] физика
- [ ] химия
- [ ] филология

Класс [ ] 8 [ ] 9 [ ] 10 [x] 11

Фамилия ПИСКУНОВ

Имя СТЕПАН

Отчество АЛЕКСАНДРОВИЧ

Дата рождения 23 09 2004

Город участия ИЖЕВСК

Аудитория 4

Телефон 89872221427

Дата 26 02 2022 **Подпись**

Пример заполнения А Б В Г Д Е Ж З И Й К Л М Н О П Р С Т У Ф Х Ц Ч Ш Щ Ъ Ы Ь Э Ю Я 1 2 3 4 5 6 7 8 9 0

ИЗУМРУД
ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ

2502649287516

Проверочный лист

Заполняется участниками

Направление

- ☐ информатика
- ☐ история
- ☒ математика
- ☐ обществознание
- ☐ политология
- ☐ русский язык
- ☐ социология
- ☐ физика
- ☐ химия
- ☐ филология

Класс ☐ 8 ☐ 9 ☐ 10 ☒ 11

Заполняется организаторами

Количество доп. листов

Время выхода с : до :

Примечание

Протокол проверки
Заполняется жюри

Номер задания	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Балл члена жюри №1	2	0	17	10	0	3				
Балл члена жюри №2	2	0	17	10	0	3				

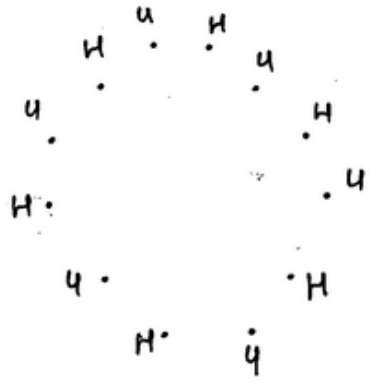
Номер задания	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
Балл члена жюри №1										
Балл члена жюри №2										

Итоговый балл 50

Подпись члена жюри №1 **Подпись члена жюри №2**

Пример заполнения А Б В Г Д Е Ж З И Й К Л М Н О П Р С Т У Ф
Х Ц Ч Ш Щ Ъ Ы Ь Э Ю Я 1 2 3 4 5 6 7 8 9 0

№1



(рис 1)

т.к. все соседы в сумме дают простое число и все числа >1 ⇒ они не дадут в сумме 2 => это нечетн сумма.

Пусть н - нечетное число; ч - четное

Н+Ч=Н

Ч+Ч=Ч

Н+Н=Ч => Все соседние числа различны по четности. (рис 1)

Посмотрим на числа, которые кратны 3: 3, 6, 9, 12.

Операции для нечет. ⋮3

Заметим, что нечет числа закроет места для 4 чет., ⋮3.

(рис 2)

Соответственно, попробуем расположить 9, стараясь убрать мин кол-во мест для чет. Заблок. те же 4 места, т.к. тогда места 3 и 9 совпадают ⇒ Мин можно занять 1 новую чет клетку (рис 2), но тогда для 6 и 12 останется одна свободная клетка => невозможно.

(*) Не нарушая общности поставим куда-то число, кратное 3. Так среди чисел у нас 2 чет и 2 нечет ⋮3 + всего 6 нечет и 6 чет, располож чередованием четности по кругу, то мы можем случай для нечет распространить на чет, то есть проделать те же операции.

Из (*) следует, что для примера с 6, 12 ответ аналогичен

Ответ: невозможно

№2

	1	2	3
1	1		
2			
3			9

(x;y) x-номер строки, y-номер столбца

т.к. ~~все~~ 1-мин число из всех, то оно будет стоять на (1;1), чтобы удовлетворять условию задачи. По аналогичным соображениям 9 можно поставить только на (3;3). Разберемся, куда можно поставить 8. ~~На~~ Только на (2;3) или (3;2) иначе должно быть целое число: $8<x<9$. Тыкаю число из набора (9) стоит. Не нарушая общности предположим, что число 8 стоит на (3;2), то 7 может стоять на (3;1) или (2;3), пусть число 7 стоит на (2;3), тогда посмотрим, где стоят 6 и 5 они могут стоять на (3;1), (2;2); (1;3). Если свободная в середине (2;2), то, там однозначно 4, иначе нарушится условие. Если свободная в (1;3) или (3;1), то там может быть 3 или 4. если 3, то вариант однозначен, если 4, то два варианта. Посчитаем количество вариантов при этих случаях. $2\cdot1\cdot(2(2+2(1+2)))=32$ (для 6 и 5 когда на (3;1) или (1;3); для 7 вар для 8 когда не зан (2;2)) Если 7 на (3;1), тогда 6 точно на (2;3) => тогда для 5 (2;2) или (1;3), у остальных чисел 3 варианта расположе ~~=32~~. посчитаем: $2\cdot1\cdot1\cdot2\cdot3=12$ => $32+12=44$. Всего 44 варианта.

+

№5

Предположим, что это возможно, тогда посмотрим, где может стоять ~~два~~ 2. Если 2 стоит не на первых местах, то $\frac{p_i p_{i+1} - 2^2}{p_i + p_{i+1}} \notin Z$, т.к. $\frac{н \cdot н - ч}{н + н} = \frac{н}{ч}$.

Значит 2 стоит на первых двух местах. ✓

Так же заметим, что наиб простое число также стоит на первых двух местах, иначе $p_i p_{i+1} - p_{i+2}^2 < 0 \Rightarrow \frac{p_i p_{i+1} - p_{i+2}^2}{p_i + p_{i+1}}$ не удовл. условию

$\Rightarrow p_i \cdot p_{i+1} - p_{i+2}^2 = p_i + p_{i+1}$, т.к. возьмем x - наиб., тогда

$\Rightarrow \frac{2x - p_{i+2}^2}{x+2} < 2 \Rightarrow 2x - p_{i+2}^2 = x + 2 \Rightarrow p_{i+2}^2 = x - 2 \Rightarrow p_{i+2} = \sqrt{x-2}$, но $\sqrt{x-2}$, не целое $\Rightarrow$ это невозможно

$2x < 2(x+2) \Rightarrow$ возможно

$\frac{2\sqrt{x-2} - p_{i+3}^2}{\sqrt{x-2}+2} = 1 \Leftrightarrow 2\sqrt{x-2} - p_{i+3}^2 = \sqrt{x-2} + 2 \Leftrightarrow p_{i+3} = \sqrt{\sqrt{x-2} - 2}$

$\frac{\sqrt{\sqrt{x-2}-2}\,\sqrt{x-2} - p_{i+4}^2}{\sqrt{\sqrt{x-2}-2} + \sqrt{x-2}}$

Ответ: нельзя

№3

Разберем это уравнение для $]x[>0$ и $]x[<0$.

на $[0;+\infty)$ x^2 возр и $2]x[$ не убыв => на данном промежутке уравнение имеет одно решение, т.к. $x^2+2]x[$ возр

при $x=\sqrt{3}$ $\sqrt{3}^2+2]\sqrt{3}[=6$ (и)

$]\sqrt{3}[=]1{,}7[=1{,}5$

~~на промежутке $(-\infty;0)$ x^2 убыв, $]x[$ не убыв, но график ~~ скорость нараст x^2 быстрее, чем у~~

(*) при $x=-\sqrt{15}$ $(-\sqrt{15})^2+2\cdot(-4{,}5)=6$ (и)

~~x^2 (убыв)~~;

не доказано

Т.к. x^2 убывает быстрее, чем $]x[$, и сумма резко увеличивалась на $\frac{1}{2}$ за $[]x[;]x+0{,}5[)$ что возрастает и даже в $x=[x]+0{,}5$, то мы можем рассматривать соседние значения $]x[$, дабы не потерять корень

при $]x[=-3{,}5$ $x=6-2|-3{,}5|=\sqrt{13}$, но $13>10{,}55$ (н)

при $]x[=-5{,}5$ $x=6-2\cdot(-5{,}5)=\sqrt{17}$, но $17<20{,}25$ =>

Ответ: $x=\sqrt{3}$; $x=-\sqrt{15}$