ИЗУМРУД
ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ

2502457077844

Титульный лист

Направление

- [x] информатика
- [ ] история
- [ ] математика
- [ ] обществознание
- [ ] политология
- [ ] русский язык
- [ ] социология
- [ ] физика
- [ ] химия
- [ ] филология

Класс [ ] 8 [ ] 9 [ ] 10 [x] 11

Фамилия РЕДИКУЛЬЦЕВ

Имя АНДРЕЙ

Отчество АЛЕКСАНДРОВИЧ

Дата рождения 07 03 2004

Город участия ТЮМЕНЬ

Аудитория 313

Телефон 89323277814

Дата 01 03 2022 **Подпись**

Пример заполнения А Б В Г Д Е Ж З И Й К Л М Н О П Р С Т У Ф Х Ц Ч Ш Щ Ъ Ы Ь Э Ю Я 1 2 3 4 5 6 7 8 9 0

ИЗУМРУД
ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ

2502457077844

Проверочный лист

Заполняется участниками

Направление

- [x] информатика
- [ ] история
- [ ] математика
- [ ] обществознание
- [ ] политология
- [ ] русский язык
- [ ] социология
- [ ] физика
- [ ] химия
- [ ] филология

Класс [ ] 8 [ ] 9 [ ] 10 [x] 11

Заполняется организаторами

Количество доп. листов 01

Время выхода с : до :

Примечание

Протокол проверки
Заполняется жюри

Номер задания	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Балл члена жюри №1	2	0	1	0	0	4	0	0	0	3
Балл члена жюри №2	2	0	1	0	0	4	0	0	0	3

Номер задания	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
Балл члена жюри №1										
Балл члена жюри №2										

Итоговый балл 0 3 7

Подпись члена жюри №1 [illegible]

Подпись члена жюри №2 Шабанов

Пример заполнения А Б В Г Д Е Ж З И Й К Л М Н О П Р С Т У Ф Х Ц Ч Ш Щ Ъ Ы Ь Э Ю Я 1 2 3 4 5 6 7 8 9 0

• Задание 2.

1) $x_0 = 1$, $n = 9$. Составим таблицу значений x_i и y_i в зависимости от i:

i	0	1	2	3	4	5	
x_i	1	2	3	6	9	18	...
y_i	1	1	3	3	9	9	

Значение y_i будет меняться до $i=4$, после y_i будет равняться 9, т.к. все значения x_i будут кратны 9 при $i \geq 4$, т.к. $x_i = x_{i-1} + y_{i-1}$, а после $i=4$, $x_{i-1} \vdots 9$, $y_{i-1} = 9$. То есть последовательность y_i будет иметь вид: $y_i = \{1; 1; 3; 3; 9; 9; ...\}$ или же $y_0 = y_1 = 1$, $y_2 = y_3 = 3$, $y_i = 9$, $i \geq 4$. (+) 5 баллов

2) Рассмотрим произвольные x_0 и n. При самом худшем случае $y_0 = 1$. Тогда x_0 и n - взаимно простые числа. Тогда x будет увеличиваться на 1, пока не станет кратен наименьшему простому делителю n. Распишем n на простые множители: $n = a^{a_0} \cdot b^{b_0} \cdot c^{c_0} \cdots z^{z_0}$, где $a, b, c, ..., z$ - простые ~~числа~~ множители n в порядке возрастания, $a_0, b_0, c_0, ..., z_0$ - кол-во этих простых множителей в n. Тогда x будет увеличиваться, пока не станет кратен a, потом увеличиваться на a, пока не станет кратен a^2 (если $a_0 > 1$) ... и т.д., пока не станет кратен a^{a_0}, потом также, но с остальными множителями числа n, но x будет увеличиваться на a^{a_0}, $a^{a_0} \cdot b$ ... и т.д. К примеру $x_0 = 29$, $n = 28$:

нужно более строго.

i	0	1	2	3	4	5	6	7	8
x_i	29	30	32	36	40	44	48	52	56
y_i	1	2	4	4	4	4	4	4	28.

Поэтому при любых x_0 и n, $x_0 \in \mathbb{N}$, $n \in \mathbb{N}$, y_i будет равняться n при каком-то i.

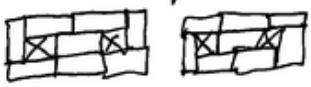
5 баллов.

Ответ: 1) $y_0 = y_1 = 1$; $y_2 = y_3 = 3$; $y_i = 9$, $i \geq 4$

• Задание 3.

1)  – таких способов 2. (+)

2) При двух рядом стоящих фигурах их можно заложить способами, как в примере 1). Всего будет $2 \cdot 2 = 4$ варианта такой укладки. Либо ещё 2 варианта использования сразу обеих. Всего $4+2=6$ вариантов.



$(\underset{2\cdot 2}{11} + \underset{2}{2}) = 6$ (+)

3) Будем рассматривать кол-во фигур, которые можно уложить домиками.

При $n=3$, можно уложить по одному и в каждой 2-способа: $\underset{2\cdot 2\cdot 2=8}{111}$

или одну по 2 и одну отдельно: $(\underset{2\cdot 2}{21} + \underset{2\cdot 2}{12}) = 8$

или же все 3: $\underset{2\cdot 2}{3}$ 

В сумме 18

При $n=4$ при таком подсчете будет 54, $n=5$ – 162, $n=6$ – 486. Нетрудно заметить, что при $n=k$ способов будет $3^{k-1} \cdot 2$

но нужно доказать.

То есть при $n=2023$ способов будет $3^{2022} \cdot 2$

Ответ: 1) 2; 2) 6; 3) $3^{2022} \cdot 2$ 4 балла.

• Задание 4.

Попробуем сделать маршрут длины 0. $2022_{10} = 11111100110_2$

$00000011001_2 = 25_{10}$

$0011_2 = 6$

$1_2 = 1$

Значит 2022_{10} хор $25_{10} = 0_{10}$? 2047. (–)

Аналогично 25_{10} хор $6_{10} = 0_{10}$ 31 Тогда двигаясь по $1 \to 6 \to 25 \to 2022$ длина будет 0.

6_{10} хор $1_{10} = 0_{10}$ 7.

Ответ: кратчайшее расстояние между вершиной 1 и 2022 равно 0.

Задание 5.

~~Применим математическую индукцию для S_k, $k=n$.~~

~~1. $k=1$, $S_1=$ "abb", $S_0=$ "a". "a" - префикс "abb".~~

~~2. $k=n$, положим S_{n-1} - префикс S_n.~~

1) Очевидно, что длина S_k больше S_{k-1} в 3 раза. И у каждой последующей строки первая треть символов будет равна предыдущей строке, т.к. Символ "a" всегда первым оставляет символ "a", с которого и начнется формирование последующих строк, у которых будут одинаковые начала. То есть S_{k-1} всегда будет первой ~~треть~~ $\frac{1}{3}$-частью от S_k, то есть будет префиксом. 2 балла

2) Рассмотрим $f(\text{"a"})$ и $f(\text{"b"})$. Их хоч будет 0, т.к. они различаются посимвольно. ~~То есть~~ То есть каждая из записей $f(\text{"ab"})$, $f(\text{"aa"})$, $f(\text{"ba"})$, $f(\text{"bb"})$ содержит по 3 подстроки длины 4 (т.к. длина строки 6, подстроки-4, значит выбирая от начала будет всего 3, а различные они из-за $f(\text{"a"})$ хоч $f(\text{"b"})=0$). Тогда всего разных подстрок длины 4 будет $3\cdot 4=12$. А они все точно встретятся? 1 балл

3) Подстрока длины 5 может быть либо выбрана 2 способами из тех же случаев, что и в 2), ~~все~~ то есть $2^2\cdot 2$ и на стыке ~~ф~~ функции от 3 букв. То есть 2^3. Суммарно $2^3+2^2\cdot 2=16$

(Дополнительный бланк № 1

Задание 5 (продолжение)

4) Строка длиной 1000 - это 333 строки длиной 3 + 1 символ. То есть может быть либо 332 любые буквы + по 1 по краям, откуда будут взяты по 2 символа, либо 333 любые буквы и один из 2 символов либо в начале, либо в конце. То есть в сумме будет $2^{334} + 2 \cdot 2^{334} = 3 \cdot 2^{334}$ подстрок длины 1000

(5)

Ответ: 2) 12; 3) 16; 4) $3 \cdot 2^{334}$

Задание 1.

У второго игрока всегда есть стратегия повторения действий первого. Если игрок 1 ставит лешку в (0;X), то второй ставит (1;X). Если первый ~~ставит~~ рубит из клетки (0;X) или (1;X), то второй из (1;X) или (0;X). То есть тактика второго заключается в копировании действий первого. И в таком случае второй игрок будет побеждать при любых n.

(4)

Ответ: 1) второй игрок; 2) второй игрок.