ИЗУМРУД
ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ

2502158038499

## Титульный лист

| | | | |
|---|---|---|---|
| **Направление** | ☐ информатика | ☐ история | ☒ математика |
| | ☐ обществознание | ☐ политология | ☐ русский язык |
| | ☐ социология | ☐ физика | ☐ химия |
| | ☐ филология | | |

**Класс** ☐ 8 ☐ 9 ☐ 10 ☒ 11

**Фамилия** ПАВЛОВСКАЯ

**Имя** МИЛА

**Отчество** ЕВГЕНЬЕВНА

**Дата рождения** 17 08 2005

**Город участия** ОМСК

**Аудитория** 20

**Телефон** 89136472838

**Дата** 26 02 2022 **Подпись**

**Пример заполнения** А Б В Г Д Е Ж З И Й К Л М Н О П Р С Т У Ф Х Ц Ч Ш Щ Ъ Ы Ь Э Ю Я 1 2 3 4 5 6 7 8 9 0

ИЗУМРУД
ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ

2502158038499

# Проверочный лист

## Заполняется участниками

**Направление**

- [ ] информатика
- [ ] история
- [x] математика
- [ ] обществознание
- [ ] политология
- [ ] русский язык
- [ ] социология
- [ ] физика
- [ ] химия
- [ ] филология

**Класс** [ ] 8 [ ] 9 [ ] 10 [x] 11

## Заполняется организаторами

Количество доп. листов

Время выхода с 14:24 до 14:26

Примечание

## Протокол проверки
## Заполняется жюри

| Номер задания | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Балл члена жюри №1 | 20 | 0 | 0 | 0 | 0 | | | | | |
| Балл члена жюри №2 | 20 | 0 | 0 | 0 | 0 | | | | | |

| Номер задания | 11 | 12 | 13 | 14 | 15 | 16 | 17 | 18 | 19 | 20 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Балл члена жюри №1 | | | | | | | | | | |
| Балл члена жюри №2 | | | | | | | | | | |

**Итоговый балл** 20

**Подпись члена жюри №1**

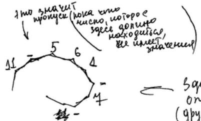
**Подпись члена жюри №2**

**Пример заполнения** А Б В Г Д Е Ж З И Й К Л М Н О П Р С Т У Ф Х Ц Ч Ш Щ Ъ Ы Ь Э Ю Я 1 2 3 4 5 6 7 8 9 0

Задание 1

Так не может случиться.
Рассмотрим случай:

Для того, чтобы при сложении получить простое число, к шести надо добавить или 1, или 5, или 7, или 11. К двенадцати надо добавить 1, или 5, или, 7, или 11. Можно заметить, что это одни и те же числа, то есть фрагмент многоугольника должен выглядеть так:

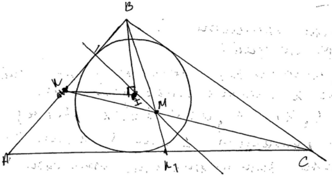



Здесь числа расставлены относительно шестёрки (других вариантов расставлении нет, если не менять 11, 5, 1, 7 ~~для~~ местами друг с другом


=> Если поставить 12 в любое другое место (не на место шестерки) то чтобы выполнялось условие, что сумма равна простому числу, минимум одну цифру из 11, 5, 1, 7 будет необходимо повторить. Например:

А это противоречит условиям задачи => ~~так~~ нельзя расставить числа таким образом.

Задание 4



Задание 2

| | | |
|---|---|---|
| 1 | 2 | 3 |
| 4 | 5 | 6 |
| 7 | 8 | 9 |

Для удобства можно пронумеровать каждую клетку в таблице (номер клетки это НЕ значение стоящего в ней числа)

в первой клетке должно стоять число, которое больше чисел, стоящих в клетках 2,3,4,5,6,7,8,9

=> там может стоят только одно число (9)

Число, стоящее во второй клетке должно быть больше чисел в клетках 3,6,9,5,8 и меньше числа в клетке 1 => всего ~~з во~~ три варианта числа, которые могут стоять во 2 клетке

Так же рассуждая, можно выяснить, что

в 3 клетке – 5 вар. чисел
в 4 клетке – 4 вар. чисел
в 5 клетке – 3 вар. числа
в 6 клетке – 3 вар. числа
в 7 клетке – 5 вар. чисел
в 8 клетке – 3 вар. чисел
в 9 клетке – 1 вар. числа

Чтобы найти кол-во способов, умножим кол-во вариантов расстановки чисел в каждой клетке:

неверный способ подсчёта

$1\cdot 3\cdot 5\cdot 4\cdot 3\cdot 3\cdot 5\cdot 3\cdot 1 = 9900$

Отв.: 9900 способов

Задание 5

~~Если~~ $\cancel{p_i, p_{i+1}, p_{i+2}}$

Если $p_1, p_2, \ldots, p_n, \ldots$ — множество всех простых чисел, расположенных в произвольном порядке $\Rightarrow$

$\Rightarrow$ $p_i, p_{i+1}, p_{i+2}$ — при любом $i$ являются тремя различными произвольными числами

Если например $p_i = 3$, не простое $p_{i+1} = 1$, $p_{i+2} = 2$, то:

$$\frac{p_i \cdot p_{i+1} - p_{i+2}^2}{p_i + p_{i+1}} = \frac{3 \cdot 1 - 2^2}{3 + 1} = -\frac{1}{4}$$

$-\frac{1}{4}$ — не натуральное число

$\Rightarrow$ нельзя утверждать, что для всех натуральных $i$ число $\frac{p_i \cdot p_{i+1} - p_{i+2}^2}{p_i + p_{i+1}}$ является натуральным

Ответ: нет

Задание 3 **Бланк ответов**

$x^2 + 2\cdot ]x[ = 6$ $\qquad [0;0{,}5)$

Пусть $]x[ = m$, тогда $(x - ]x[) = k$, $k \in (0;1)$

$(m+k)^2 + 2m = 6$

$m^2 + 2mk + k^2 + 2m = 6$

$2m$ – целое число (по условию)

$(m+k)^2 = 6 - 2m$

$\Rightarrow (m+k)^2$ – целое число

$\Rightarrow$ Если $m$ – полуцелое число (по усл.)

$\Rightarrow k$ – тоже полуцелое число, $k = 1/2$, т.к. $k \in (0;1)$

(потому что ~~квадрат~~ если $k$ не будет полуцелым, то $m+k$ – будет дробь или содержать иррациональное число (например корень), то при возведении в квадрат получится не целое число

не обязательно

$\Rightarrow x - ]x[ = k$

$\Rightarrow x$ – полуцелое(1) = полуцелое(2)

$x$ = полуцелое (1) + полуцелое (2)

$\Rightarrow x$ – целое число

$\Rightarrow$ уравнение принимает вид:

$x^2 + 2(x - 1/2) = 6$

$x^2 + 2x - 1 = 6$

$x^2 + 2x - 7 = 0$

~~Т.к.~~ из дискриминанта не извлекается целый квадрат $\Rightarrow$ нет решений (потому что $x$ должно быть целым числом

[illegible]

[illegible]

[illegible]

[illegible]

$\Rightarrow$ [illegible]

$\Rightarrow$ [illegible]

[illegible] = [illegible]

$\Rightarrow$ [illegible]

$\Rightarrow$ [illegible]

[illegible]

[illegible]

[illegible]

[illegible]

$\Rightarrow$ [illegible]

[illegible]

[illegible]

[illegible]

[illegible]

[illegible]

[illegible]

[illegible]

[illegible]

[illegible]