ИЗУМРУД
ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ

2502055020635

# Титульный лист

**Направление**

- [ ] информатика
- [ ] история
- [x] математика
- [ ] обществознание
- [ ] политология
- [ ] русский язык
- [ ] социология
- [ ] физика
- [ ] химия
- [ ] филология

**Класс** [ ] 8 [ ] 9 [x] 10 [ ] 11

**Фамилия** ГОРОХОВ

**Имя** СТЕПАН

**Отчество** СЕРЕЕВИЧ

**Дата рождения** 19 07 2005

**Город участия** ЧЕЛЯБИНСК

**Аудитория** 229

**Телефон** 89320131509

**Дата** 26 02 2022 **Подпись**

**Пример заполнения** А Б В Г Д Е Ж З И Й К Л М Н О П Р С Т У Ф Х Ц Ч Ш Щ Ъ Ы Ь Э Ю Я 1 2 3 4 5 6 7 8 9 0

ИЗУМРУД
ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ

2502055020635

# Проверочный лист

## Заполняется участниками

**Направление**

- ☐ информатика
- ☐ история
- ■ математика
- ☐ обществознание
- ☐ политология
- ☐ русский язык
- ☐ социология
- ☐ физика
- ☐ химия
- ☐ филология

**Класс** ☐ 8 ☐ 9 ■ 10 ☐ 11

## Заполняется организаторами

Количество доп. листов

Время выхода с : до :

Примечание

## Протокол проверки
## Заполняется жюри

| Номер задания | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Балл члена жюри №1 | 20 | 0 | 0 | 0 | 3 | | | | | |
| Балл члена жюри №2 | 20 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 03 | | |

| Номер задания | 11 | 12 | 13 | 14 | 15 | 16 | 17 | 18 | 19 | 20 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Балл члена жюри №1 | | | | | | | | | | |
| Балл члена жюри №2 | | | | | | | | | | |

**Итоговый балл** 023

**Подпись члена жюри №1** **Подпись члена жюри №2**

**Пример заполнения**

А Б В Г Д Е Ж З И Й К Л М Н О П Р С Т У Ф
Х Ц Ч Ш Щ Ъ Ы Ь Э Ю Я 1 2 3 4 5 6 7 8 9 0

N1

для начала рассмотрим сколько цифр имеет куб трёхзначного числа: $1000000 < x < 1000000000$ => на конце куба может стоять только 7, 8, 9 иначе не выполнится возрастание цифр. В свою очередь ~~последнее число~~ последняя цифра куба получается перемножением ~~трёх~~ последней цифры начального числа три раза самого на себя и отбрасыванием десятков. => исходя что на конце 7, 8, 9 => что число ~~могут~~ ~~бы~~ может иметь вид:

$ab2$; $ab3$; $ab9$ (т.к. $2^3=8$ $3^3=27$ $9^3=729$) далее рассмотрим условие по квадрату числа. аналогично рассмотрим что $10000 < x < 1000000$ => посмотрим на какие числа оканчивается квадрат нашего числа.

$(ab2)^2 = \ldots 4$ не подходит т.к. не будет собл. возрастание

$(ab3)^2 = \ldots 9$ - подходит

$(ab9)^2 = \ldots 1$ - не подходит

Следовательно есть один вариант удовлетворяющий всем условиям.

$ab3$ таких чисел немного. точнее одно:

123 проверим.

$$\begin{array}{r} 123 \\ \times 123 \\ \hline \ldots 129 \end{array}$$

далее идти бесполезно оно не подходит из-за несоблюдения возрастания

Ответ: не существует

№2 палиндром девятизначный имеет вид:

abcdedcba цифра e роли не играет потому, что она находится по середине числа => у нас есть 8 чисел ~~в~~ ~~кото~~ одно из которых в каждом из почти палиндромов отличается от своего симметричного числа в палиндроме.

1) рассмотрим первую цифру у нее вариантов 8 чтобы не быть нулём и не равнятся своему брату близнецу

2) b - 9

3) c - 9

4) d - 9 (ближе к началу числа)

5) d - 9 (ближе к концу)

6) c - 9

7) b - 9

8) a - 9

⇓

всего вариантов: 71

Ответ: 71

№4

~~Представим~~

Допустим нам даны два числа $X$, $Y$ они не простые почему и не равны по условию.

число $X = a \cdot b$ где $a$ - наим. делитель числа $X$, а $b$ - наибольший делитель числа. $X \Rightarrow$

$a \leq \frac{X}{2}$, $b \geq \frac{X}{2}$ ~~они не могут быть равны $\frac{X}{2}$ т.к тогда мы получаем квадрат~~

также $\Rightarrow a+b \leq X$ но равенство невозможно т.к тогда бы $X = Y$ (т.к $Y = a+b$) $\Rightarrow a+b < X$.

теперь рассмотрим $Y = a+b \Rightarrow Y < X$ * ~~далее~~

далее проделаем тоже самое с $Y$: $Y = c \cdot d$ (где $c$ - наим. дел. $Y$ а $d$ - наиб. дел. которые удовлетворяют условиям задачи). $\Rightarrow c+d < Y$ (аналогично как с $X$, $a$, $b$)

$\Rightarrow X < Y$

но * : $Y < X$

$X < Y$ получаем что таких чисел не существует

Ответ: таких нет.

№5

$$\frac{(a+1)(b+1)(c+1)}{abc+1}$$ ~~тут~~ ~~тут без разницы~~

a, b, c в этом выражении равносильны, каждое из них можно поменять местами.

~~Я~~ рассмотрим несколько комбинаций значений данных чисел.

$a = 0{,}5$
$b = 0{,}5$ => выражение равно: 2,25.
$c = 0$

$a = 0$
$b = 0$ => выражение равно 2.
$c = 1$

$a = \frac{1}{3}$
$b = \frac{1}{3}$ => выражение равно $\frac{16}{7}$
$c = \frac{1}{3}$

$a = \frac{3}{5}$
$b = \frac{1}{3}$ => $\frac{9}{4}$
$c = \frac{1}{3}$

$y = \frac{(a+1)(b+1)(c+1)}{abc+1}$ - функция

почему?

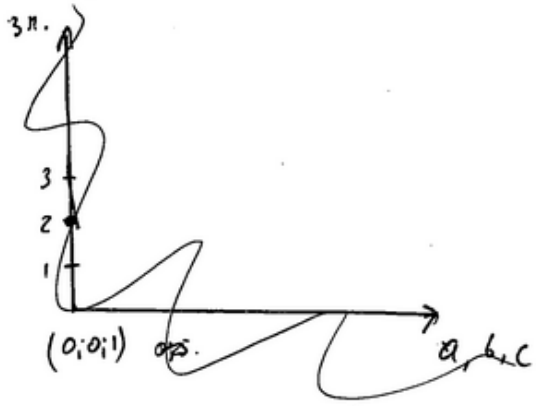
$a = \frac{4}{6}$
$b = \frac{1}{6}$ => $\frac{49}{22}$
$c = \frac{1}{6}$

Самое большое значение будет когда a, b, c равны ~~тогда числитель будет~~

~~можно сделать вывод что y возрастает от 2 до $\frac{16}{7}$~~

Ответ: $\frac{16}{7}$

~~Отметим числа на коор. плоскости где абсцисса это значения a, b, c, а ордината значения выражения~~




N 3

Дано:

$\omega_1(O;R)$ - описана

$\omega_2(I;r)$ - вписана

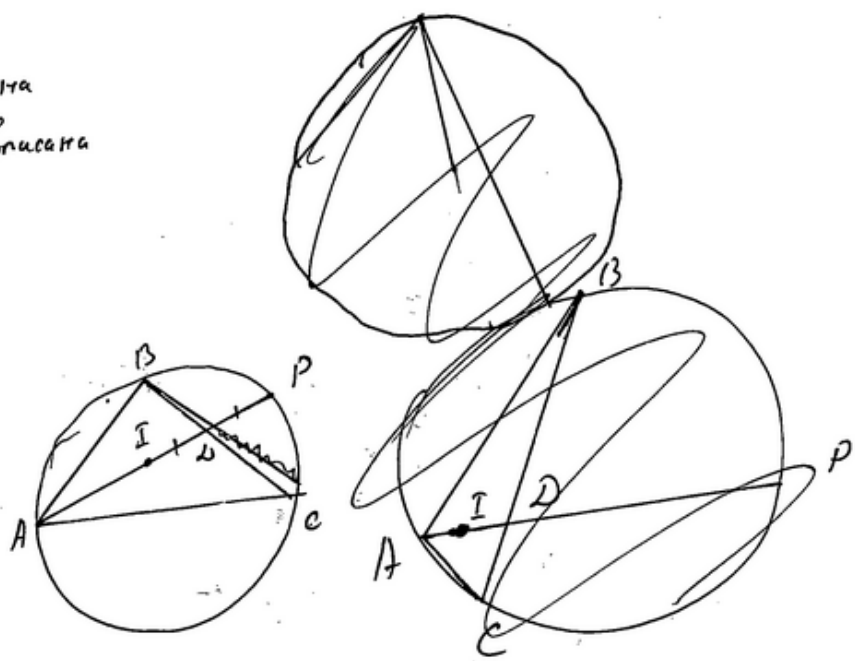
$\triangle ABC$

$AD$ - бисс.

$AD \cap \omega_1 = \{P\}$

$PD = ID$

$\frac{AI}{ID} = ?$




Ответ: 1