ИЗУМРУД
ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ

2502842302289

Титульный лист

Направление ■ информатика ☐ история ☐ математика ☐ обществознание ☐ политология ☐ русский язык ☐ социология ☐ физика ☐ химия ☐ филология

Класс ☐ 8 ☐ 9 ☐ 10 ■ 11

Фамилия КУЧИН

Имя СТЕПАН

Отчество МАКСИМОВИЧ

Дата рождения 26 09 2004

Город участия ЧЕЛЯБИНСК

Аудитория 229

Телефон +79507314545

Дата 01 03 2022 **Подпись** Сhy

Пример заполнения А Б В Г Д Е Ж З И Й К Л М Н О П Р С Т У Ф Х Ц Ч Ш Щ Ъ Ы Ь Э Ю Я 1 2 3 4 5 6 7 8 9 0

ИЗУМРУД
ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ

2502842302289

Проверочный лист

Заполняется участниками

Направление

- [x] информатика
- [ ] история
- [ ] математика
- [ ] обществознание
- [ ] политология
- [ ] русский язык
- [ ] социология
- [ ] физика
- [ ] химия
- [ ] филология

Класс [ ] 8 [ ] 9 [ ] 10 [x] 11

Заполняется организаторами

Количество доп. листов

Время выхода с 13:38 до 13:41

Примечание

Протокол проверки
Заполняется жюри

Номер задания	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Балл члена жюри №1	20	08	18	00	00					
Балл члена жюри №2	20	08	18	00	00					

Номер задания	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
Балл члена жюри №1										
Балл члена жюри №2										

Итоговый балл 046

Подпись члена жюри №1 Шиа

Подпись члена жюри №2 Шаб

Пример заполнения А Б В Г Д Е Ж З И Й К Л М Н О П Р С Т У Ф Х Ц Ч Ш Щ Ъ Ы Ь Э Ю Я 1 2 3 4 5 6 7 8 9 0

Задание 1.

1) Выигрывает игрок, который ходит вторым. Выигрышная стратегия: делать симметричные ходы относительно первого игрока, т.е. если, например, первый ставит пешку на $(0, 1)$, то второй ставит на $(1, 1)$; если первый рубит пешку соперника на $(1, x+1)$, то второй рубит $(0; x+1)$, причем наличие пешки на позиции $(0; x+1)$ гарантируется, так как стратегия симметричная и при этом рубить пешки соперника можно только по диагонали. Рано или поздно у первого закончатся ходы, следовательно, выиграет первый.

2) Выигрывает игрок, который ходит вторым, при использовании симметричной стратегии, описанной в пункте 1. (+)

Задание 3.

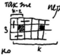
1) Всего существует 2 способа замостить поле 3×3 без центральной клетки: I.  II.  Ответ: 2. (+)

2) Поле 6×3 ~~без~~ можно замостить как два отдельных поля 3×3, тогда количество способов $= 2\cdot 2 = 4$ или двумя другими:

I.  II. 

Всего способов: $4+2=6$

Ответ: 6. (+)

3) Пусть $k = 3\cdot n$. Тогда имея поле ~~3×k~~ длины k способов замостить y_k. Если замостить способом из 1 пункта, то мы переходим в положение y_{k-3}. Поле длины k можно также перевести в положение X_{k-2}, замостив следующим способом: 

Если мы ставим вертикально плитку, то ~~переходим~~ получаем уже учтённое условие y_{k-3}, следовательно остается однозначный переход в X_{k-5}.

(продолжение задания 3) вот это вы пояснить

Тогда $\begin{cases} y_k = 2 \cdot y_{k-3} + 2x_{k-5} \\ x_k = y_{k-1} + x_{k-3} \end{cases}$?

Выразим x_k из первого выражения:

$2x_{k-5} = y_k - 2y_{k-3}$

$x_k = \frac{y_{k+5}}{2} - y_{k+2}$

Подставим x_k во второе выражение:

$\frac{y_{k+5}}{2} - y_{k+2} = y_{k-1} + \frac{y_{k+2}}{2} - y_{k-1} \quad |\cdot 2$

$y_{k+5} = 2y_{k+2} + y_{k+2} \Rightarrow y_k = 3y_{k-3}$

Т.к. $n = 2023$, то $k = 2023 \cdot 3 = 6069$ $\quad (y_{3\cdot1} = 2\cdot3^0;\ y_{3\cdot2} = 2\cdot3^1;\ y_{3\cdot3} = 2\cdot3^2)$

$y_3 = 2$; $y_6 = 6$; $y_9 = 18 \Rightarrow$ ~~$y_{3m} = 2\cdot3^{k-1}$~~ $y_{3m} = 2\cdot3^{m-1} \Rightarrow$

$\Rightarrow y_{3\cdot2023} = 2\cdot3^{2022}$

Ответ: $2\cdot3^{2022}$.

18 баллов.

Задание 2.

1) При $i = 0$: $y_0 = gcd(9;1) = 1$

$i = 1$: $y_1 = gcd(9;2) = 1$

$x_1 = y_0 + x_0 = 2$

$i = 2$: $x_2 = 1 + 2 = 3$

$y_2 = gcd(9;3) = 3$

$i = 3$: $x_3 = 6$; $y_3 = gcd(9;6) = 3$

$i = 4$: $x_4 = 9$; $y_4 = gcd(9;9) = 9$ ⊕

$i = 5$: $x_5 = 18$; $y_5 = gcd(9;18) = 9$.

Т.к. $x_i = x_{i-1} + y_{i-1}$, при этом если $i \geq 4$, то $gcd(9;x_i) = 9$ всегда:

g_i ~~Т.к. $y_4 = 9$, то~~ $x_5 = y_4 + x_4$. Но $y_4 \vdots 9$ и $x_4 \vdots 9 \Rightarrow x_5 \vdots 9 \Rightarrow y_5 = 9$

Аналогично для любого $i \geq 5$: $x_{i-1} \vdots 9$ и $y_{i-1} \vdots 9 \Rightarrow x_i \vdots 9 \Rightarrow y_i \vdots 9$.

Ответ: $y_i = 1$ при $i = 0$ и $i = 1$; $y_i = 3$ при $i = 2$ и $i = 3$;

$y_i = 9$ при $i \geq 4$.

2) 1) Если $n = 0$ и $x_0 \geq 1$, то $y_i \neq n$.

2) Если $x_0 = 1$, то при любом n $y_i = n$ при каком-то i,

т.к. x_i будет увеличиваться на, пока x_i взаимно простой с n, затем будет увеличиваться на какой-то делитель $n \Rightarrow$ рано или поздно $x_i \vdots n \Rightarrow y_i = n$.

3) Если $x_0 = 0$, то при любом $n > 0$ $y_i = n$ при каком-то i,

т.к. если ~~$n \neq 0$~~ $n > 0$, то $gcd(n;0) = n \Rightarrow y_i = n$.

4) Если n - простое число

5) Если n - делитель x_0, то $y_i = n$ при каком-то i, т.к.

$x_0 \vdots n \Rightarrow y_0 = n$; $x_i = y_{i-1} + x_{i-1}$, при этом $y_i \vdots n \Rightarrow y_i = n$ при каком-то i.

6) Если n - взаимнопростое с x_0: $x_i = x_i + 1$ до тех пор,

пока x_{i-1} ~~$\vdots n$~~ не будет иметь с n - общих делителей, на

~~А если~~ А в других случаях?

8 баллов

Тогда мы перейдем в пункт 5.

Ответ: при любом n и $\underbrace{x_0}_{}$ (случаи 2-6), кроме случая ~~$\{n=0;\ x_0 \geq 1\}$; $\{x_0=0;\ n=0\}$~~ $n=0$; x - любой ~~(отрицательные числа доказываются аналогично, как в пунктах 2-6).~~ В случае с отрицательными x_0 и $n \neq 0$, x_1 при каком-то i, окажется равен 0, тогда при следующих i $y_i = n$ (пункт 3)

Бланк ответов