ИЗУМРУД
ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ

2502098026385

Титульный лист

Направление

- [ ] информатика
- [ ] история
- [x] математика
- [ ] обществознание
- [ ] политология
- [ ] русский язык
- [ ] социология
- [ ] физика
- [ ] химия
- [ ] филология

Класс [ ] 8 [ ] 9 [ ] 10 [x] 11

Фамилия СИМОНОВ

Имя СЕМЕН

Отчество АЛЕКСЕЕВИЧ

Дата рождения 20 03 2004

Город участия ЕКАТЕРИНБУРГ

Аудитория 622

Телефон 89827127602

Дата 26 02 2022 **Подпись** Симон

Пример заполнения А Б В Г Д Е Ж З И Й К Л М Н О П Р С Т У Ф Х Ц Ч Ш Щ Ъ Ы Ь Э Ю Я 1 2 3 4 5 6 7 8 9 0

ИЗУМРУД
ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ

2502098026385

Проверочный лист

Заполняется участниками

Направление

- [ ] информатика
- [ ] история
- [x] математика
- [ ] обществознание
- [ ] политология
- [ ] русский язык
- [ ] социология
- [ ] физика
- [ ] химия
- [ ] филология

Класс [ ] 8 [ ] 9 [ ] 10 [x] 11

Заполняется организаторами

Количество доп. листов

Время выхода с : до :

Примечание

Протокол проверки
Заполняется жюри

Номер задания	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Балл члена жюри №1	20	0	0	0	0					
Балл члена жюри №2	20	0	0	0	0					

Номер задания	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
Балл члена жюри №1										
Балл члена жюри №2										

Итоговый балл 20

Подпись члена жюри №1

Подпись члена жюри №2

Пример заполнения

А Б В Г Д Е Ж З И Й К Л М Н О П Р С Т У Ф
Х Ц Ч Ш Щ Ъ Ы Ь Э Ю Я 1 2 3 4 5 6 7 8 9 0

~~№1~~

~~Всего существует числа данного набора, которые получить 5 простых чисел (3; 5; 7; 11; 13).~~

№2

Число, находящееся в верхней левой клетке, наибольшее, т.к. оно больше всех чисел, находящихся с ним в одной строке и в 1 столбце, а эти числа, в свою очередь, больше чисел, находящихся в столбцах ниже их, а в строках левее. Аналогично доказывается, что число в нижней правой клетке наименьшее.

9	b	
a		
		1

Значит значения в этих клетках однозначно определяются (9 и 1). В клетках a и b могут находиться только числа 7 и 8; 6 и 8, т.к. если в них находятся, например, 7 и 8, то некуда будет поставить 8, а если 8 и 5, то некуда будет поставить либо 7, либо 6. ✓

Рассмотрим случай, когда a и b занимают 7 и 8 (b-8; a-7 и домножим кол-во таких расстановок на 2, т.к. аналогичная ситуация с b-7; a-8)

9	8	c
7	f	d
g	e	1

· Если c занимает 3, то d-2, e-4 (в против. случ. её некуда поставить). а f и g занимают либо 5, либо 6. Всего 2 случая с e-3 и 2 случ. с g-3 (4 случая) ✓

9	8	4
7	f	d
9	e	1

· Если c-4, то d-e: 3-2; f-g: 5-6. Всего 4 случая и 4 случ. с g-4. (8 случаев) ✓

9	8	5
7	f	d
9	e	1

· Если c-5, то d-e: 3-2; f-g: 46. Всего (8 случ.) неверно

· Если c-6, то d-e: 2-3; f-g: 5-4. Всего (8 случ.) неверно

8+8+8+4 = 28 случаев

· Если поменять 8 ↔ 7, то ещё 28 случаев

В итоге в этой ситуации (56 случаев)

случаи посчитаны неверно

• Если b-8; a-6

9	8	7
6	f	d
9	e	1

• В c только 7, т.к. больше некуда

• Если в g-5, то в f-4; в d-e: 2-3

2 случая ✓

• Если в g-4, то в f-5; в d-e 3-2

2 случая ✓

9	8	7
6	f	d
5	e	1

• в g не может быть 2-3, т.к. некуда будет ставить 4-5 Может

9	8	7
6	5	4
3	2	1

4 случая в такой расст. и 4 случая при 8↔6. Всего 8 случаев НЕВЕРНО

Итого: 8+56 = 64 случая

Ответ: 64.

№1

Из данных чисел можно составить след. простые числа: 3; 5; 7; 11; 13; 17; 19; 21. Снизу подписаны кол-ва способов, которыми их можно составить. Всего таких способов 25. А составлено должно быть 24 числа (12 пар рядом стоящих и 12 пар через 2 числа). Рассмотрим, какое кол-во раз входит каждое из чисел в состав данных простых чисел.

1-5	5-4	9-5
2-4	6-4	10-5
3-4	7-4	11-4
4-4	8-4	12-4

Каждое число должно быть составляющим 4 простых чисел (2 с „соседями" и 2 с „числами через 2 числа), но 1; 9; 4 входят в 5 разложений, а значит 3 из подсчитанных 25 простых чисел мы не сможем составить.

Таким образом максимум можно сост. 22 простых числа, а требуется 24 => такого не может случиться

Ответ: нет.

№3

x может иметь вид: m и $m+0,5$, где $m \in Z$?

~~Наибольшее целое не превосходящее~~

① Если ~~что x~~ дробная часть числа x больше или равна 0,5, то его получаемая часть: $[x]+0,5$

② Если дробная часть x меньше 0,5, то его получаемая часть — $[x]$

Рассмотрим 2 случая для $x \geq 0$

① $x^2+2([x]+0,5)=6$

$x^2+2[x]+1=6$ $\quad [x]=(x-k)$, где k — дробная часть x $(k \geq 0,5)$

$x^2+2(x-k)=6$

$x^2+2x-2k-5=0$ $\quad \frac{D}{4}=1+2k+5=2k+6>0$

$x_{1,2}=\frac{-1\pm\sqrt{2k+6}}{1}=\left[\begin{array}{l}-1-\sqrt{2k+6}<0 \Rightarrow \text{не подходит}\\ -1+\sqrt{2k+6}\end{array}\right.$

$-1+\sqrt{2k+6}\geq 0 \Rightarrow 2k+6\geq 1$ (для любых $k\in[0,5;1)$) верно

• $x=-1+\sqrt{2k+6}$, где k — ~~целая~~ дроб. часть x, при $k\geq 0,5$, $k<1$

② $k\in(0;0,5)$ $\quad$ Нет проверки, что $(x-k)$ — целое

$x^2+2[x]=6$

$x^2+2(x-k)-6=0$

$\frac{D}{4}=1+2k+6=7+2k>0 \Rightarrow x_{1,2}=-1\pm\sqrt{2k+7}$

подходит только $-1+\sqrt{2k+7}$, т.к. $-1-\sqrt{2k+7}<0$

$-1+\sqrt{2k+7}\geq 0 \Rightarrow 2k+7\geq 1 \Rightarrow$ (для любых $k(0;0,5)$ верно)

• $x=-1+\sqrt{2k+7}$, где k — ~~целая~~ дроб. часть x, при $k\in(0;0,5)$.

- Если $x<0$, то при $k\geq 0,5$: $]x[=[x]-1$ ③ неверно

при $k\leq 0,5$: $]x[=[x]-0,5$ ④

③ $x^2+2([x]-1)=6$

$x^2+2(x+k-1)=6$

$x^2+2x+2k-8=0$

$\frac{D}{4}=1-2k+8=-2k+9>0 \Rightarrow x_{1,2}=-1\pm\sqrt{9-2k}<0$

• $-1-\sqrt{9-2k}$ подходит

• $-1+\sqrt{9-2k}<0 \Rightarrow 9-2k<1$ (при $k\in(0,5;1)$ невозможно)

• $x=-1-\sqrt{9-2k}$ для $k\in(0{,}5;1)$

④ $x^2+2([x]-0{,}5)=6$

$x^2+2(x+k-0{,}5)=6$

$x^2+2k+2k-7=0$

$\frac{D}{4}=1-2k+7=8-2k>0$ (для $k\in(0;0{,}5]$.

$x_{1,2}=-1\pm\sqrt{8-2k}<0$

• $-1-\sqrt{8-2k}$ подходит

• $-1+\sqrt{8-2k}<0 \Rightarrow 8-2k<1$ (неверно для $k\in(0;0{,}5]$.

• $x=-1-\sqrt{8-2k}$ для $k\in(0;0{,}5]$.

Ответ: $x=-1-\sqrt{8-2k}$ для $k\in(0;0{,}5]$ где k – дроб. часть x.

$x=-1-\sqrt{9-2k}$ для $k\in(0{,}5;1)$

$x=-1+\sqrt{2k+6}$ для $k\in[0{,}5;1)$

$x=-1+\sqrt{2k+7}$ для $k\in(0;0{,}5)$

+

№5

$\frac{p_i\cdot p_{i+1}-p_{i+2}^2}{p_i+p_{i+1}}>0$ (т.к. натуральное)

$\sqrt{p_i\cdot p_{i+1}}\le\frac{p_1+p_{i+1}}{2} \Rightarrow \frac{\frac{(p_i+p_{i+1})^2}{4}-p_{i+2}^2}{p_i+p_{i+1}}>0$

(нер-во о средних)

$\frac{\left(\frac{p_1+p_{i+1}}{4}-p_{i+2}\right)\left(\frac{p_i+p_{i+1}}{4}+p_{i+2}\right)}{p_i+p_{i+1}}>0$

$\frac{p_i+p_{i+1}}{4}>p_{i+2}$

$p_i+p_{i+1}>4p_{i+2}$

~~Но в этом случае мы не сможем расставить число 1, в этот ряд, так как в сумме ни с какими простыми числами оно не даст~~

Бланк ответов