ИЗУМРУД
ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ

2502636272662

Титульный лист

Направление ☐ информатика ☐ история ☑ математика ☐ обществознание ☐ политология ☐ русский язык ☐ социология ☐ физика ☐ химия ☐ филология

Класс ☐ 8 ☐ 9 ☑ 10 ☐ 11

Фамилия БЕСПАЛОВА

Имя КРИСТИНА

Отчество ВЯЧЕСЛАВОВНА

Дата рождения 28 01 2005

Город участия ИЖЕВСК

Аудитория 4

Телефон 89120048421

Дата 26 02 2022 **Подпись**

Пример заполнения А Б В Г Д Е Ж З И Й К Л М Н О П Р С Т У Ф Х Ц Ч Ш Щ Ъ Ы Ь Э Ю Я 1 2 3 4 5 6 7 8 9 0

ИЗУМРУД
ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ

2502636272662

Проверочный лист

Заполняется участниками

Направление

- [ ] информатика
- [ ] история
- [x] математика
- [ ] обществознание
- [ ] политология
- [ ] русский язык
- [ ] социология
- [ ] физика
- [ ] химия
- [ ] филология

Класс [ ] 8 [ ] 9 [x] 10 [ ] 11

Заполняется организаторами

Количество доп. листов

Время выхода с 12:48 до 12:51

Примечание

Протокол проверки
Заполняется жюри

Номер задания	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Балл члена жюри №1	20	0	0	0	0					
Балл члена жюри №2	20	00	00	00	00					

Номер задания	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
Балл члена жюри №1										
Балл члена жюри №2										

Итоговый балл 020

Подпись члена жюри №1 [подпись]

Подпись члена жюри №2 [подпись]

Пример заполнения А Б В Г Д Е Ж З И Й К Л М Н О П Р С Т У Ф
Х Ц Ч Ш Щ Ъ Ы Ь Э Ю Я 1 2 3 4 5 6 7 8 9 0

Бланк ответов

Задание 1.

Рассмотрим последнюю цифру возможного трёхзначного числа (она может быть от 3 до 9, поскольку по условию, числа должны располагаться в порядке возрастания). Последняя цифра этого числа влияет на последнюю цифру квадрата числа и куба числа.

Выпишем возможные исходы:

x	x^2	x^3
3	9	7
4	6	4
5	5	5
6	6	6
7	9	3
8	4	2
9	1	9

=> таким образом выясним, какие цифры могут оказаться на конце квадрата и куба искомого числа

Квадрат трёхзначного числа содержит минимум 5 цифр, значит, последняя цифра должна быть больше или равна 5. Отметим такие исходы в таблице. В кубе трёхзначного числа должно содержаться минимум 7 цифр => последняя цифра $n \geqslant 7$. Отметим такие исходы. Итого видим, что единственным возможным числом на конце может быть 3 => единственный вариант, который можно рассмотреть - число 123. $123^2 = 15129$ (это противоречит условию задания => таких чисел не существует)

Ответ: таких чисел не существует

Задание 2.

Пусть X_1 - наименьший делитель m $(X_1 > 1)$, X_2 - наибольш. делитель m $(X_2 < m)$; y_1 - наим. делитель n $(y_1 > 1)$, y_2 - наиб. делитель n $(y_2 < n)$, тогда получим пары:

$$\frac{m}{x_1} + \frac{m}{x_2} = h$$

$$\frac{h}{y_1} + \frac{h}{y_2} = m$$

Т.к. $x_1 > 1$ и $y_1 > 1$ => наименьший делитель числа может быть равен 2.

Заметим, что для любого $m = x_1 \cdot x_2$, а для $h = y_1 \cdot y_2$ =>

$\cancel{m}^{h} = x_1 + x_2$, $m = y_1 + y_2$. В чётных числах $x_1 = 2$, если x_2 - нечётный, то h тоже нечётный.

$$\begin{cases} 2 + x_2 = h \text{ (если } m \text{ чётное)} \\ \cancel{x}^{y_1} + y_2 = m \end{cases}$$

$$2 + x_2 + \cancel{x}^{y_1} + y_2 = m + h$$

$\cancel{x_1 + x_2 + x_1 y_2 = m+h}$

~~т.к. мы представили, что m и h - чётные => m+h - чётное число =>~~

~~$x_2 + y_2$ тоже чётное число~~

Задание 5. $\frac{(a+1)\cdot(b+1)\cdot(c+1)}{abc+1}$ при $a+b+c=1$ => $a<1$, $b<1$, $c<1$

$a>0$, $b>0$, $c>0$

$$\frac{abc + ac + bc + c + ab + a + b + 1}{abc + 1}$$

Заметим, что в числителе $a+b+c$ можно заменить на 1

$$\frac{abc + ac + bc + ab + 1 + 1}{abc + 1}$$

$0 < abc < 1$

$0 < ac < 1$

$0 < bc < 1$

$0 < ab < 1$

при этом

$abc < ac$

$abc < bc$

$abc < ab$

Пусть $a = 0{,}35$ $b = 0{,}25$, $c = 0{,}4$ (abc при такой раскладе - одно из наибольших произведений), тогда

$$\frac{0,035+0,0875+0,14+0,1+2}{0,035+1}$$

$$\frac{2,3625}{1,035} \approx 2,3$$

Следовательно, наибольшее значение n выражение будет:
$2 < n < 3$ ($\approx 2,3$)

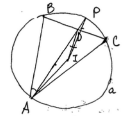
Ответ: $n \approx 2,3$ ($2 < n < 3$)

Задание 2.

Пусть n - натуральное число, тогда 1 из вариантов почти палиндрома будет выглядеть так: nnnnnynnn, где y - другое натуральное число; однако если число будет выглядеть так: nnnnynnnn, это уже будет палиндромом. Для каждого из 9 натуральных чисел таких вариантов будет 71 (9 чисел на 8 мест в числе, при этом 0 не может быть в самом начале). Всего таких вариантов 639 (71×9). Палиндром также может выглядеть как nnmmymmnn (где y может равняться либо m, либо n). Таких чисел окажется 79 (9 чисел на 8 мест и 0 на 7 мест). Итого $639+79=718$

Ответ: 718 чисел

Задание 3.



Дано: AD - биссектриса, т. I - центр окружности, $ID=DP$

Найти: $\frac{AI}{ID}$

Решение:

рассмотрим ΔIDP: $ID=DP \Rightarrow \Delta$ равнобедрен. $\Rightarrow \angle DIP = \angle DPI$

IP- радиус окружности a - R. AI- тоже радиус окружности $a \Rightarrow$

$AI = IP \Rightarrow \Delta API$ также равнобедренный $\Rightarrow \angle PAI = \angle API$.

В ΔIDP пусть x - ID и DP, тогда $IP = x\sqrt{2}$

Т.к. $AI = IP \Rightarrow AI = x\sqrt{2} \Rightarrow AI = ID\sqrt{2} \Rightarrow \frac{AI}{ID} = \frac{ID\sqrt{2}}{ID} = \frac{\sqrt{2}}{1}$

Ответ: $\frac{AI}{ID} = \frac{\sqrt{2}}{1}$

Бланк ответов