ИЗУМРУД
ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ

2502585021692

# Титульный лист

**Направление**

- [ ] информатика
- [ ] история
- [x] математика
- [ ] обществознание
- [ ] политология
- [ ] русский язык
- [ ] социология
- [ ] физика
- [ ] химия
- [ ] филология

**Класс** [ ] 8 [ ] 9 [x] 10 [ ] 11

**Фамилия** С Е М Е Н О В А

**Имя** А Н А С Т А С И Я

**Отчество** С Е Р Г Е Е В Н А

**Дата рождения** 0 4 1 0 2 0 0 5

**Город участия** Е К А Т Е Р И Н Б У Р Г

**Аудитория** 4 2 5

**Телефон** 9 2 2 2 0 8 8 2 7 1

**Дата** 2 6 0 2 2 0 2 2 **Подпись**

**Пример заполнения** А Б В Г Д Е Ж З И Й К Л М Н О П Р С Т У Ф Х Ц Ч Ш Щ Ъ Ы Ь Э Ю Я 1 2 3 4 5 6 7 8 9 0

ИЗУМРУД
ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ

2502585021692

# Проверочный лист

## Заполняется участниками

**Направление**

- [ ] информатика
- [ ] история
- [x] математика
- [ ] обществознание
- [ ] политология
- [ ] русский язык
- [ ] социология
- [ ] физика
- [ ] химия
- [ ] филология

**Класс** [ ] 8 [ ] 9 [x] 10 [ ] 11

## Заполняется организаторами

Количество доп. листов

Время выхода с : до :

Примечание

## Протокол проверки
## Заполняется жюри

| Номер задания | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Балл члена жюри №1 | 20 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | | | |
| Балл члена жюри №2 | 20 | 0 | 0 | 0 | 0 | | | | | |

| Номер задания | 11 | 12 | 13 | 14 | 15 | 16 | 17 | 18 | 19 | 20 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Балл члена жюри №1 | | | | | | | | | | |
| Балл члена жюри №2 | | | | | | | | | | |

**Итоговый балл** 20

**Подпись члена жюри №1**

**Подпись члена жюри №2**

**Пример заполнения** А Б В Г Д Е Ж З И Й К Л М Н О П Р С Т У Ф Х Ц Ч Ш Щ Ъ Ы Ь Э Ю Я 1 2 3 4 5 6 7 8 9 0

# Бланк ответов

почему первое зачеркнуто?

1 вариант

2. 1) 9 чисел среди девятизначных состоят из 9 одинаковых цифр; (не вкл. 0)
~~всего~~ есть 9 позиций, на каждой из которых (кроме первой) цифра может быть отлична, чтобы при ее замене число становилось палиндромом, то есть из 10 существующих цифр нам подходит 9 → ~~9·9=81~~ $9\cdot 8\cdot 9 = 648$ ~~729~~ чисел, на первом месте не может быть 0, т.к. в таком случае число перестанет быть девятизначным → ~~729 − 9 = 720 чисел~~. на первом месте подходит 8 цифр → $9\cdot 8 = 72$, $648+72 = 720$ чисел. неверно

2) если цифры не одинаковы все, то ~~все~~ четыре из них повторяются, т.к. иначе число не стало бы палиндромом. →
вероятность такого события $\frac{1}{10}\cdot\frac{1}{10}\cdot\frac{1}{10}\cdot\frac{1}{9} = \frac{1}{9000}$, т.к. на 1 месте не ноль
всего ~~все~~ девятизначных чисел 900000000 → $\frac{900000000}{9000} = 100000$ чисел — палиндромов; если цифра является четвёртой по счёту, то она ~~в~~ может отличаться и не повторять других, не делая число почти палиндромом → на 8 позициях ~~по~~ цифра может отличаться, на каждой, кроме первой, для отличия есть 9 цифр, на первой — 8 цифр.

разные цифры

~~100000 · 9 · 8 = 7200000 — почти пал~~
100000 · 9 · 7 = 6300000 — почти палиндромов, без учёта первой позиции
100000 · 8 = 800000 — почти палиндромов с заменой на первой позиции
6300000 + 800000 = 7100000 — почти палиндромов

3) ~~[illegible]~~ 3) . .

1. 1) рассмотрим, какие цифры ~~на~~ на конце данного числа от 3 до 9 при возведении в квадрат и в куб:
$3^2 = 9$, $3^3 = 27 \to 7$; $4^2 = 16 \to 6$, $4^3 = 64 \to 4$; $5^2 = 25 \to 5$, $5^3 = 125 \to 5$; $6^2 = 36 \to 6$, $6^3 = 216 \to 6$;
$7^2 = 49 \to 9$, $7^3 = 343 \to 3$; $8^2 = 64 \to 4$, $8^3 = 512 \to 2$; $9^2 = 81 \to 1$, $9^3 = 729 \to 9$.
числа от 0 до 2 не рассматриваем, т.к. ни одно из них не может стоять на последнем месте с учетом условий.

2) квадрат ~~всех~~ каждого трехзначного числа — число или шестизначное или пятизначное → на последнем месте при возведении в квадрат число должно давать не меньше 5 ⇒ 8 и 9 на конце ~~трехзначного~~ искомого числа стоять не могут

3) куб любого трехзначного числа как мин. семизначный ⇒ на последнем месте при возведении в куб должна стоять цифра больше или равная 7 → искомое число не оканчивается на 4, 5, 6, 7.

4) из всех возможных окончаний искомого числа остается только 3, единственное трехзначное число, оканчивающееся на 3 и подходящее под условие — это 123 → $123^2 = 15129$, не соответствует условию, куб можно не пров.

Ответ: не существует

5. $a+b+c=1$, $a>0, b>0, c>0$ ОДЗ $abc \neq -1$, т.к. т.к. $abc>$ нерав.

$$\frac{(a+1)(b+1)(c+1)}{abc+1} = \frac{(ab+a+b+1)(c+1)}{abc+1} = \frac{abc+ab+ac+a+bc+b+c+1}{abc+1} =$$

$$= \frac{abc+ab+ac+bc+2}{abc+1} = \cancel{\frac{ab(c+1)+c(a+b)+2}{abc+1}} = \frac{abc+a(b+c)+bc+2}{abc+1} =$$

$$= \cancel{\frac{a(bc+b+c)+bc+2}{abc+1}} = \frac{a(bc+b+c)+bc+2}{abc+1}$$

Сл

Бланк ответов