ИЗУМРУД
ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ

2502209038568

Титульный лист

Направление

- [ ] информатика
- [ ] история
- [x] математика
- [ ] обществознание
- [ ] политология
- [ ] русский язык
- [ ] социология
- [ ] физика
- [ ] химия
- [ ] филология

Класс [ ] 8 [ ] 9 [ ] 10 [x] 11

Фамилия ПОКОТИЛО

Имя АНДРЕЙ

Отчество ДМИТРИЕВИЧ

Дата рождения 23 08 2004

Город участия ОМСК

Аудитория 20

Телефон +79620505908

Дата 26 02 2022 **Подпись** Покотило

Пример заполнения А Б В Г Д Е Ж З И Й К Л М Н О П Р С Т У Ф Х Ц Ч Ш Щ Ъ Ы Ь Э Ю Я 1 2 3 4 5 6 7 8 9 0

ИЗУМРУД
ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ

2502209038568

Проверочный лист

Заполняется участниками

Направление

- ☐ информатика
- ☐ история
- ■ математика
- ☐ обществознание
- ☐ политология
- ☐ русский язык
- ☐ социология
- ☐ физика
- ☐ химия
- ☐ филология

Класс ☐ 8 ☐ 9 ☐ 10 ■ 11

Заполняется организаторами

Количество доп. листов

Время выхода с : до :

Примечание

Протокол проверки
Заполняется жюри

17 Dloul

Номер задания	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Балл члена жюри №1	20	~~0~~	3	0	13					
Балл члена жюри №2	20	17	3	0	17					

Номер задания	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
Балл члена жюри №1										
Балл члена жюри №2										

Итоговый балл 55

Подпись члена жюри №1 Dloul

Подпись члена жюри №2 Dlf

Пример заполнения А Б В Г Д Е Ж З И Й К Л М Н О П Р С Т У Ф Х Ц Ч Ш Щ Ъ Ы Ь Э Ю Я 1 2 3 4 5 6 7 8 9 0

№1

Распишем для каждого числа возможные свои пары, которые образуют простые числа:

1 → 2, 4, 6, 10, 12

2 → ~~1~~, 3, 5, 9, 11

3 → 2, 4, 8, 10;

4 → 1, 3, 7, 9;

5 → 2, 6, 8, 12

6 → 1, 5, 7, 11

7 → ~~4~~, 6, 10, 12

8 → 3, 5, 9, 11

9 → 2, 4, 8, 10

10 → 1, 3, 7, 9

11 → 2, 6, 8, 12

12 → 1, 5, 7, 11

Как можно заметить для числа 12 неоднозначности выглядят следующим образом ~~нобпол~~

12

1) 5/7/9/11

2) – подход черное

3) 5/7/9/11 – осм из 1 пункта

5/7/1/11

4) – осм из 3 пункта

– подход четное

5) осм из 4 пункта 5/7/1/11

Но и для ~~6~~ ~~от~~ должно выглядеть так же, но нетрудно заметить, что 6 не может располагаться как 12, т.к. граничить с каждым двумя из 1/5/7/11 и находиться между два от оставшихся двух чисел из 1/5/7/11 => противоречит условию постановки и вывод – нельзя

Ответ: нет.

№3

Пусть $x = \frac{1}{2}$, тогда очевидно, что $]x[= \frac{1}{2}$ и так будет с любым дробным числом ведь $]x[\geq x$, значит оно его не превосходит и это будет наш оптимальный вариант. Решим уравнение при условии $x =]x[$:
$x^2 + 2x - 6 = 0$ $D = 4 + 24 = 28$ $x_{1,2} = -1 \pm \sqrt{7}$
А так как изначально x - либо целое либо кратно $\frac{1}{2}$, то решений у него нет! Если же $x = 2$, т.е. целое число, то $]x[$ всё также равен x, тогда решив уравнение получим также $-1 \pm \sqrt{7}$, а опять $\varnothing$, ведь $x =]x[= 2$ ~~ведь~~ $]x[$ не превосходит x и $2 \cdot]x[$ - целое число $= 4$. Вариант $x = 0$ сразу исключаем т.к. очевидно $0 \cdot 0 \neq 6$.
Если же x - отрицательное, то рассмотрим пример: пусть $x = -\frac{1}{2}$, тогда опять же очевидно, что $]x[= x = -\frac{1}{2}$ и всё сводится к первому пункту, или же $x = -2$, то и снова $]x[= x = -2$. Тогда можно сделать общий вывод, что $]x[$ всегда равно x, ведь мы берем наиб полуцелое $\leq x$, а x - полуцелое. Тогда чтобы найти решения x мы должны решать уравнение $x^2 + 2x - 6 = 0$, а мы знаем, что его корни $-1 \pm \sqrt{7}$ - не полуцелые

а если x не целое и не полуцелое?

Решений всем Ответ!

~~№5 Очевидно, что в ряду простых чисел обязательно найдётся 2, а за ним два нечётных, ведь ряд простых бесконечен. Пусть $p_i = 2$, тогда чет·неч − неч² = чет − неч / чет = нечет / нечет − очевидно, что нечетное число никогда не разделится на четное. Если $p_{i+1} = 2$ ситуация как в предыдущем примере если $p_{i+2} = 2$, то неч·неч − чет² / неч+неч~~

№5 Очевидно что в ряду простых чисел обязательно найдется 2, а так как ряд простых бесконечен, то кусок с 2 выглядит таким образом: нечет, нечет, 2, нечет, нечет.
Тогда найдётся такое P_i, что $p_{i+2} = 2$, тогда если p_i − нечет и p_{i+1} − нечет, а $p_{i+2} = 2$, то $\frac{p_i \cdot p_{i+1} - p_{i+2}^2}{p_i + p_{i+1}}$ = $\frac{\text{нечет} \cdot \text{нечет} - \cancel{\text{чет}}}{\text{нечет}+\text{нечет}}$ = $\frac{\text{неч} - 4}{\text{чет}}$ = $\frac{\text{неч}}{\text{чет}}$ − очевидно, что такая ~~дробь~~ целой быть не может ведь нечет не дн на чет ~~=> нет, не может.~~

~~Ответ: нет~~

№5 (продолжение)

Тогда у этого следует вывод, что 2 либо первая, либо ~~вторая~~ в тогда представим следующий ряд $i, 2, n, k$, где $P_{n,k,i}$ ... посчитаем k, через формулу

$\frac{2n-k^2}{2en}$ — наше число, очевидно, что если мы делим нечетное на нечетное, то будет нечетное. Тогда пусть наше число $= 1$ а если нет, тогда $2n-k^2=2en$ и тогда $k^2=n-2$, т.к. n - нечетное ~~...~~ простое, то n имеет остаток при делении на 3, либо 2 либо 1, если не было 3, то очевидно, что $n-2$ не имеет остаток 1, то очевидно, что $n-2$ не дает нам квадрата числа k, т.к. n - нечетное и будет простое, тогда остаток n на 3 равен 2, тогда число k - кратно 3, а единственное простое кратное 3 — это 3. ✓ Тогда наш ряд преобразуется в 2, 1, 3, нечет, тогда найдем следующее число по формуле $\frac{2 2-k^2}{\cancel{2} 3}$ очевидно, что если это натуральное, это $k=3$ ~~единственный~~ ~~вариант~~, а т.к. 3 уже было, то получаем противоречие. Но это то же k, что и в прошлый раз. Если изначально 2 было вторым, то ряд будет вида 1, 2, 3, тогда найдем след по формуле ~~...~~

$\frac{\cancel{26}-k^2}{5}$ - единственное возможное подходящее, это $k=1$, но 1 - не простое ✓ ⇒ противоречие. ⇒ Мы не можем сделать это для любых i. Ответ: нет.

~~2~~

Будем отталкиваться от первой строки:

123

456 789 | 457 689 | 458 679 | 468 579 | 467 589 | ~~478~~ ✓

123 → 5 вариантов

124

356 789 | 357 689 | 358 679 | 367 589 | 368 579 | ~~378~~ ✓

124 → 5 вариантов

125

346 789 | 347 689 | 348 679 | 367 589 4 | 368 579 4 | ~~378~~ ✓

125 - 5 вариантов

126

347 589 | 348 579 | 357 489 | 358 479 ✓ | ~~378~~

126 - 4 варианта

127

348 569 | 358 469 | ~~368~~ ✓

127 - 2 варианта

134

256 257 258 267 268 ~~278~~

789 689 679 589 579

134 – 8 вариантов

По аналогичному заметим, что 135 – 6 вариантов√ 136 – 4 варианта

137 – 2 варианта√. Тогда для

145 – $\overset{2}{5}$ вариантов 146 – $\overset{2}{4}$ варианта (цифра 5)

147 – $\overset{1}{2}$ варианта 15_ – мы не можем т.к. не хватит чисел для возрастания тогда всего вариантов

$21 + \overset{27}{16} + 11 = 48$ Ответ: 5 = 48.