



### Титульный лист

Направление  информатика  история  математика  
 обществознание  политология  русский язык  
 социология  физика  химия  
 филология

Класс  8  9  10  11

Фамилия В О Р О Н Ц О В

Имя Т И М О Ф Е Й

Отчество А Л Е К С А Н Д Р О В И Ч

Дата рождения 0 4 1 1 2 0 0 4

Город участия Е К А Т Е Р И Н Б У Р Г

Аудитория 6 1 1

Телефон 8 9 1 2 6 4 8 3 1 7 8

Дата 2 6 0 2 2 0 2 2

Подпись



Пример  
заполнения

А Б В Г Д Е Ж З И Й К Л М Н О П Р С Т У Ф  
Х Ц Ч Ш Щ Ъ Ы Ь Э Ю Я 1 2 3 4 5 6 7 8 9 0



### Проверочный лист

Заполняется участниками

- Направление**
- |   |                                      |  |
|---|--------------------------------------|--|
| <input type="checkbox"/> информатика    | <input type="checkbox"/> история     | <input checked="" type="checkbox"/> математика |
| <input type="checkbox"/> обществознание | <input type="checkbox"/> политология | <input type="checkbox"/> русский язык          |
| <input type="checkbox"/> социология     | <input type="checkbox"/> физика      | <input type="checkbox"/> химия                 |
| <input type="checkbox"/> филология      |                                      |  |
- Класс**
- |                            |                            |                             |  |
|----------------------------|----------------------------|-----------------------------|--|
| <input type="checkbox"/> 8 | <input type="checkbox"/> 9 | <input type="checkbox"/> 10 | <input checked="" type="checkbox"/> 11 |
|----------------------------|----------------------------|-----------------------------|--|

Заполняется организаторами

Количество доп. листов

Время выхода с : до :

Примечание

### Протокол проверки

Заполняется жюри

Номер задания	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Балл члена жюри №1	20	0	3	0	0					
Балл члена жюри №2	20	0	3	0	0					
Номер задания	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
Балл члена жюри №1										
Балл члена жюри №2										

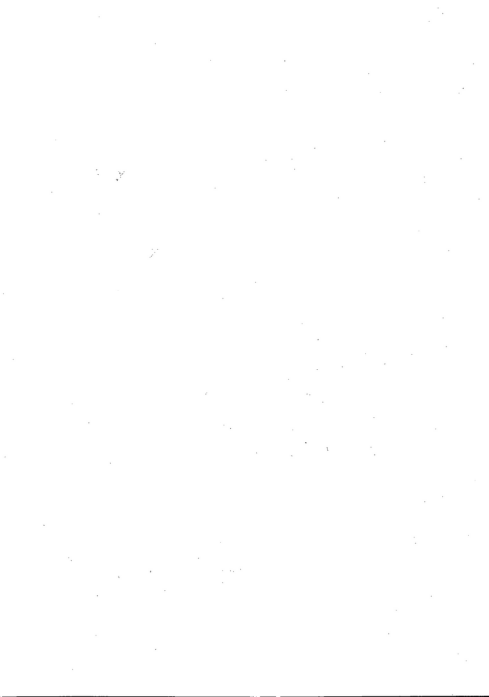
Итоговый балл 23

Подпись члена жюри №1

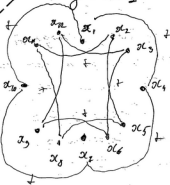
Подпись члена жюри №2

Пример заполнения

А Б В Г Д Е Ж З И Й К Л М Н О П Р С Т У Ф  
Х Ц Ч Ш Щ Ъ Ы Ь Э Ю Я 1 2 3 4 5 6 7 8 9 0



Задача 1



Решение: схематично изобразить  
виды  $\in$  между числами.

У нас есть несколько условий:

$$\begin{cases} x_1 + x_2 \\ x_2 + x_3 \\ \vdots \\ x_8 + x_{12} \\ x_{12} + x_1 \end{cases} - \text{простые и} \quad \begin{cases} x_1 + x_4 \\ x_4 + x_7 \\ x_7 + x_{10} \\ x_{10} + x_1 \\ \vdots \\ x_2 + x_5 \\ x_5 + x_8 \\ x_8 + x_{11} \\ x_{11} + x_2 \\ \vdots \\ x_3 + x_6 \\ x_6 + x_9 \\ x_9 + x_{12} \\ x_{12} + x_3 \end{cases}$$

Наши числа не превосходят 12,  
и они не могут дублироваться  $\Rightarrow$   
 $\Rightarrow$  они могут образовать следующие простые  
числа: 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23. Если значение  
чисел равняется 6 и индексам  $\neq 0$  ( $x_1 = 1, x_2 = 2 \dots 7$ ),  
то у нас сойдутся все краевые числа 3, 6, 9, 12. Назовём  
их проблемными. Проблемные числа в сумме с  
соседними числами могут образовать простые числа.  
Перечислим их:

для 3: 2, 4, 8, 10 (образуются 5, 8, 11, 13)

для 6: 1, 5, 7, 11

для 9: 2, 4, 8, 10

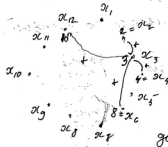
для 12: 1, 5, 7, 11

Как видно, таких чисел всего  
по 4 на каждое.

Для выполнения условия  
их должно быть не менее 5  
и так как каждое число суммируется с 2 соседними,

### Задача 1 (продолжение)

При том видно, что у чисел 3 и 9, 6 и 12, числа, образующие про в сумме простое, совпадают. ✓



Это значит, что они расположены <sup>почему?</sup> через одного. То, если  $x_3 = 3$ , то либо  $x_4 = 9$ , либо  $x_5 = 9$ , это приводит к противоречию: если  $x_3 = 3$ , то  $x_2, x_4, x_6, x_{12}$  должны равняться 2; 4; 8; 10. Тогда

мы не можем поставить 9 так, чтобы две не выполнялись необходимые условия.

Отсюда следует, что не можно считать так, чтобы числа в пар соседних и числа пар чисел, стоящих между которыми стоят два числа, равнялись бы произведению чисел. +

Ответ: нет, не можно.

### Задача 2

	A	B	C
a	1		7
b			8
c	3	8	9

Решение: 1) 9 может стоять только в клетке cс, иначе не выполняется условие возрастания.

2) 8 может стоять либо в bC, либо в cB.

3) Тогда цифра 7 может стоять либо в aA, либо в cA. Тогда цифра <sup>только</sup> 6 может располагаться

следующими способами:

1	7	8
3	8	9
6	8	9

1	7	8
3	8	9
6	9	9

1	7	8
3	8	9
2	8	9

Остаток где возможны конфигурации таблицы.

Задача 2 (арифметическая)

Мы можем рассуждать 2; 3; 4; 5, ... 5 может стоять всего в 3 позициях: 8B; aC; aD

Тогда всего может быть 10 вариантов расстановки

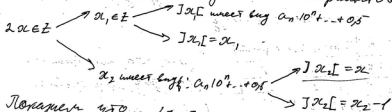
Ответ: 10

Задача 3

Решение:  $x$  - натуральное, или  $2x$  - целое  $\Rightarrow x$  - либо целое, либо имеет вид:

Тогда  $]x[$  - либо равно  $x$ , либо имеет вид  $x-1$  и наоборот

Построим это дерево возможных вариантов:



Покажем, что  $x \notin ]x[$ : пусть  $x = ]x[$ , тогда

$$x^2 + 2]x[ = 6 \Leftrightarrow x^2 + 2x - 6 = 0 \Rightarrow x_{1,2} = \frac{2 \pm \sqrt{28}}{2} = 1 \pm \sqrt{7} - \text{не целое, не имеет вид } a_n \cdot 10^n + \dots + a_0 \cdot 10^0$$

Значит  $x$  - не целое, тогда

Рассмотрим случаи, когда  $]x[ = x - 1$ .

При  $x = -3,5$ ,  $]x[ = -2,5$ , тогда  $3,5^2 = 12,25$

При  $x = -4$ ,  $]x[ = -5$ , тогда  $(-4)^2 + 2(-5) = 16 - 10 = 6$

6 = 6  $\Rightarrow$  подходит

Ответ:  $x = -4$ ;  $]x[ = -5$

### Задача 5

$$\frac{P_i P_{i+1} - P_{i+2}^2}{P_i + P_{i+1}} = n, \quad n \in \mathbb{N}$$

Заметим:

Очевидно, что

$$\begin{cases} P_i P_{i+1} < P_{i+2}^2 \\ \forall n: P_{i+1} - P_{i+2} \neq |P_i + P_{i+1}| \end{cases} \text{ или}$$

$$\begin{cases} P_i P_{i+1} \geq P_{i+2}^2 \\ P_i P_{i+1} - P_{i+2}^2 \geq P_i + P_{i+1} \end{cases}$$

Вспомогательные простые (некоторые первая из них)

числа: 0, 2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, ... и их

квадраты соответственно: 1, 4, 9, 25, 49, 121, 169, 289, 361, 529, ...

Рассмотрим  $P_i$  и  $P_{i+1}$ . Разность их произведения и суммы должна быть равна квадрату простого числа. Составим таблицу:

$P_i$	$P_{i+1}$	$P_i P_{i+1}$	$P_i + P_{i+1}$	разность
2	3	6	5	1
2	5	10	7	3
2	7	14	9	5
2	11	22	13	9

~~Видно, что мы нашли уже два варианта:~~

~~1)  $P_i = 2$ ;  $P_{i+1} = 3$   
 некоторые другие варианты~~

иногда возможной комбинаторности: 2, 11, 3, также

числа +6, -11, 13

Ответ:

## Бланк ответов



