ИЗУМРУД
ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ

2502166004319

Титульный лист

Направление

- [ ] информатика
- [ ] история
- [x] математика
- [ ] обществознание
- [ ] политология
- [ ] русский язык
- [ ] социология
- [ ] физика
- [ ] химия
- [ ] филология

Класс [x] 8 [ ] 9 [ ] 10 [ ] 11

Фамилия С Т А Ф Е Е В

Имя Ф Е Д О Р

Отчество С Е Р Г Е Е В И Ч

Дата рождения 1 4 0 5 2 0 0 7

Город участия Е К А Т Е Р И Н Б У Р Г

Аудитория 1 1 3

Телефон 8 9 8 2 6 7 5 7 1 8 0

Дата 2 6 0 2 2 0 2 2 **Подпись**

Пример заполнения А Б В Г Д Е Ж З И Й К Л М Н О П Р С Т У Ф Х Ц Ч Ш Щ Ъ Ы Ь Э Ю Я 1 2 3 4 5 6 7 8 9 0

ИЗУМРУД
ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ

2502166004319

Проверочный лист

Заполняется участниками

Направление

- ☐ информатика
- ☐ история
- ■ математика
- ☐ обществознание
- ☐ политология
- ☐ русский язык
- ☐ социология
- ☐ физика
- ☐ химия
- ☐ филология

Класс ■ 8 ☐ 9 ☐ 10 ☐ 11

Заполняется организаторами

Количество доп. листов

Время выхода с : до :

Примечание

Протокол проверки
Заполняется жюри

Номер задания	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Балл члена жюри №1	0	0	2	0	2	0				
Балл члена жюри №2	0	0	2	0	2	0				

Номер задания	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
Балл члена жюри №1										
Балл члена жюри №2										

Итоговый балл 40

Подпись члена жюри №1 **Подпись члена жюри №2**

Пример заполнения А Б В Г Д Е Ж З И Й К Л М Н О П Р С Т У Ф
Х Ц Ч Ш Щ Ъ Ы Ь Э Ю Я 1 2 3 4 5 6 7 8 9 0

Бланк ответов

№1

~~Пусть x - кол. пасмурных дней, y - кол. ясных дней, тогда x+y - количество всех дней~~

Рассмотрим 1ую улитку. В ясный день она поднимается на 30 см, но в след. ночь она и опускается на 30 см, если конечно она не поднимется на столб, но на столб в ясный день она подняться не сможет, первые 165 см она поднимется только с пасмурных пасм. дней, Об. потом если будет ясный день, то она поднимется до 195 см, а потом опустится обратно, если же будет пасм. день, то она сразу же поднимется на 2м ..=> 1ая улитка будет подниматься только за счёт пасм. дней, и ей их понадобится ровно $\frac{165}{5}+1=34$, ей без разницы сколько прошло ясных дней.

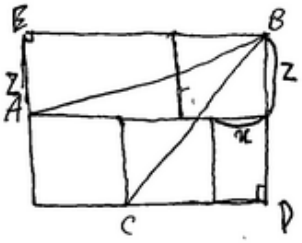
1ая улитка поднимается за счёт ясн. дней, за счёт пасм. дней она опускается или стоит на месте (если она находится в начале).

Мы уже поняли, что 2ая улитка взберётся на столб только в пасмурный день. Если они добрались до концов столбов одновр, то 1ая улитка тоже забралась в пасм. день. 1ая улитка в послед. день должна находится на высоте больше или равную 175, (т.к. в пасм. день она проходит 25 см), но если она днем на высоте 175, а за ночь скатилась на 30, то до этой ночи она была на высоте 175+30=205, такого не может быть, ведь столб всего 2м

Из этого следует то, что 1ая улитка может забраться на столб только в ясный день, а 2ая только в пасмурный.

Ответ: улитки не могли добраться до столба одновременно, т.к. 1ая улитка может закончить только в ясный день, а 2ая только в пасмурный день.

№4



Продлим стороны квадратов как на рисунке, обозначим сторону квадрата за z, и за x отрезок на рисунке.
ABE и BCD - прямуг. треугольники, AB и BC - это их гипотенузы. Распишем теорему Пифагора для обоих треуг.:

$AB^2 = z^2 + (2z+x)^2 = 5z^2 + 4xz + x^2$ 20б

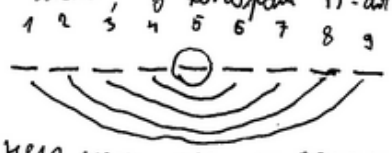
$BC^2 = 4z^2 + (z+x)^2 = 5z^2 + 2xz + x^2$ вычтем одно из другого

и получим: $AB^2 = BC^2 + 2xz$ и т.к. у нас всё в натур. числах можно сказать, что $AB^2 > BC^2 \Rightarrow AB > BC$

+

№3

Палиндром - это число, в котором n-ая цифра с начала равна n-ой цифре с конца:



, число в круге (5ая) может быть любым, т.к. у него нет пары, у остальных чисел есть пара.
На 6ом месте может стоять любое из 10 цифр. Первые (любые) 3 пары должны быть равны (числа в каждой паре), а в 4ой паре должны быть разные числа. (Я на что решил без ограничения на то, что первая цифра не может быть 0-ем, в конце вычтем).
1). Выбрать пару можно 4 вар. 2). Выбрать число в др. 3-х парах можно 10·10·10 = 1000 вар. 3). Выбрать разные числа в паре можно 9·10=90 вар
4). Выбрать 5ую цифру можно 10 вар.
Теперь расм. варианты, когда в нашем „почти палиндроме" 1ая цифра - 0.
1). Когда пара, которую мы выбрали - это 1ое и 9ое число,
1000·10·9 = 90000 вар, гдe 1000 - кол. вар. для ост. 3х пар, 10 - кол. вар для 5ой цифры, 9 - кол. вар для 9-ой цифры
2). Когда пара, которую мы выбрали - не 1ая и 9ая цифры,
10·3·90·100 = 270000 вар, где 3 - кол вар. выбрать пару, 90 - кол вар выбрать цифры для выбранной пары, 100, кол вар выбрать цифры для ост. 2х пар., 10 - кол. вар. выбрать 5ую цифру. 20б.
4·1000·90·10 = 3600000
3600000 - 90000 - 270000 = вар. 10000 (360 - 36) = 10000·3240000
Ответ: 3240000 вар.

+

№5

Всего 20 цифр. Будем доказывать от противного, пусть цифры будут $a_1, a_2, a_3 \dots a_{20}$. Простое число - это как минимум нечетное число. У нас любые 4 посл. цифры - в сумме дают прост. число => 1) $a_1+a_2+a_3+a_4$ - простое, 2) $a_5+\dots a_8$ - простое, 3) $a_9+\dots a_{12}$ - простое, 4) $a_{13}+\dots a_{16}$ - прост., 5) $a_{17}+\dots a_{20}$ - простое. Сложим их все: $a_1+a_2+\dots a_{20} = 0+1+2\dots+9+0+1+2\dots+9 = 90$, это четное число, сложим первое, 2ое, 3ье, 4ое и 5ое уравнения и получим эту же сумму $a_1+a_2\dots+a_{20}$ = простое + простое + простое + простое + простое = (нечетн + нечетн) + (нечетн + нечетн) + нечетн = четн + четн + нечетн = нечетн + нечетн = нечетн.

и получилось нечетное, но 90 это четное => противоречие и все четверки уже не могут быть простыми числами (какая-то из этих четверок точно четная и значит она не простое число (если она не равна 2, этот случай я не успел рассмотреть).

05.