ИЗУМРУД
ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ

2502820005814

Титульный лист

Направление

- [ ] информатика
- [ ] история
- [x] математика
- [ ] обществознание
- [ ] политология
- [ ] русский язык
- [ ] социология
- [ ] физика
- [ ] химия
- [ ] филология

Класс [ ] 8 [x] 9 [ ] 10 [ ] 11

Фамилия МЕЛЁШКИН

Имя КОНСТАНТИН

Отчество ИГОРЕВИЧ

Дата рождения 24 12 2005

Город участия ЕКАТЕРИНБУРГ

Аудитория 307

Телефон 89097033150

Дата 26 02 2022 **Подпись**

Пример заполнения А Б В Г Д Е Ж З И Й К Л М Н О П Р С Т У Ф Х Ц Ч Ш Щ Ъ Ы Ь Э Ю Я 1 2 3 4 5 6 7 8 9 0

ИЗУМРУД
ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ

2502820005814

Проверочный лист

Заполняется участниками

Направление

- [ ] информатика
- [ ] история
- [x] математика
- [ ] обществознание
- [ ] политология
- [ ] русский язык
- [ ] социология
- [ ] физика
- [ ] химия
- [ ] филология

Класс

- [ ] 8
- [x] 9
- [ ] 10
- [ ] 11

Заполняется организаторами

Количество доп. листов 02

Время выхода с 13:17 до 13:18

Примечание

Протокол проверки
Заполняется жюри

Номер задания	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Балл члена жюри №1	0	20	0	0	15					
Балл члена жюри №2	0	20	0	0	15					

Номер задания	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
Балл члена жюри №1										
Балл члена жюри №2										

Итоговый балл 35

Подпись члена жюри №1

Подпись члена жюри №2

Пример заполнения

А Б В Г Д Е Ж З И Й К Л М Н О П Р С Т У Ф

Х Ц Ч Ш Щ Ъ Ы Ь Э Ю Я 1 2 3 4 5 6 7 8 9 0

Задание №5.

Решение: Слово „МЕТРИКА" имеет 3·634 номер.

Так как в каждом слове 7 букв и все буквы разные => всего слов = 7! = 5·040. При этом слов с ~~каждой~~ одной буквой на I месте = = 6! = 720. Т.к. слова расположены в алфавитном порядке, то слова с VI буквой алфавита на I месте имеют номер 3·601 - 4·320 (т.к. 6!·5 = 3·600, а 6!·6 = 4·320). 3·601 < 3·634 < 4·320 => буква М - шестая буква ~~алф~~ алфавита. ✓

Слов с одними и теми же буквами на I и на II месте = 5! = 120. ~~Тогда~~ Тогда слова с VI буквой на I месте и I буквой на II месте = 3·601 - 3·720 (т.к. 3·600 = 6!·5, а 3·720 = 6!·5 + 5!) = ТЕ - I буква алфавита. ✓

Слов с одними и теми же буквами на I - III месте = 4! = 24. Тогда слова с VI буквой на I месте, и I буквой на II месте и III букв. на III месте имеют ~~номера~~ номера 3·625 - 3·648 (3·625 = 6!·5 + 4!, а 3·648 = 6!·5 + 4!·2). Из оставшихся букв алфавита (I и VI номера заняты) II номер имеет III буква алфавита (т.к. остались II; III; IV; V; VII) => Т - III буква алфавита.

Также мы обнаруживаем, что буква Х (~~к~~ Р - IV буква алфавита, буква И - V буква алфавита, буква К - VII буква алфавита, а буква ~~к~~ А - II буква алфавита (способ подсчёта смотреть выше).

Тогда слово „МАТЕРИК" будет находится в диапазоне от 6!·5 + 1 до 6!·6, т.е от 3·601 до ~~3·720~~ 4·320 (считая по букве М). ~~Ес считая к~~

Задание №5 (продолжение).

Считая по буквам ~~А и А, получаем~~ М, А, Т и Е получаем, что диапазон слова „МАТЕРИК" по ~~алф~~ алфавиту от 3·769 до 3·774 (3·769 = 6!·5 + 5!·1 + 4!·2 + 1, а 3·774 = 6!·5 + 5!·1 + 4!·3).

Тогда считая вместе с этим ещё буквы Р, И, К (IV, V и VII номер в алфавите) получаем, что слова „МАТЕРИК" по алфавиту 3·769-ое.

±

Ответ: номер 3769.

Задание 2.

Решение:

$И \cdot З \cdot У \cdot М + Р \cdot У \cdot Д = 2022$

$У \cdot (И \cdot З \cdot М + Р \cdot Д) = 2022$

~~Если У=~~ $И \cdot З \cdot М \leq 9 \cdot 8 \cdot 7 \leq 504$ (т.к. И; З; М – цифры)

$Р \cdot Д \leq 9 \cdot 8 \leq 72 \Rightarrow И \cdot З \cdot М + Р \cdot Д < 504 + 72 + 1 < 573$

По условию И; З; У; М; Р; У; Д = ~~больше~~ = от 0 до 9.

$\Downarrow$

У = 2; 3; 6; 1 (так как 2022 ⋮ 2; 3; 6, но не кратно 4; 7; 9; 8; 5), а если У = 0, то выражение = 0 ≠ 2022.

Если У=6, то $И \cdot З \cdot М + Р \cdot Д = 2022 : 6 = 337 < 573$.

Если У=3, то $И \cdot З \cdot М + Р \cdot Д = 2022 : 3 = 674 > 573$ – противор.

Если У=2, то $И \cdot З \cdot М + Р \cdot Д = \cancel{2077}\ 2022 : 2 = 1011 > 573$.

Если У=1, то $И \cdot З \cdot М + Р \cdot Д = 2022 : 1 = 2022 > 573$.

$\Rightarrow$ У = 6 ✓

$И \cdot З \cdot М + Р \cdot Д = 337$. $Р \cdot Д \leq 9 \cdot 8 = 72 \Rightarrow И \cdot З \cdot М \geq (337 - 72 = 265) \Rightarrow$

И; З; М ≠ ~~1 (т.к. 1~~ 0; 1; 2; 3 (т.к. тогда $И \cdot З \cdot М \leq 9 \cdot 8 \cdot 3 \leq 216 < 265$) $\Rightarrow$

$\Rightarrow И \cdot З \cdot М = 4; 5; 7; 8; 9$.

Если И; З; М = 4; 8; 9, то $И \cdot З \cdot М = 8 \cdot 9 \cdot 4 = 288$, тогда $Р \cdot Д = 337 - 288 = 49$.

49 на ~~три~~ разные цифры - множители разложить нельзя, ~~зн~~ также ~~и~~ если И·З·М = 4·7·9 = 252, то Р·А = 337 - 252 = 85, что 7 (9·8 ~~=~~ 72) => И; З; М ≠ 4 (всё остальное с множ. 4 < 4 < 252 < 265).

Если И·З·М = 7·8·9 = 504, то И·З·М > ~~265~~ 337 - противоречие.

Если И·З·М = 5·8·9 = ~~315~~ 360, то И·З·М > ~~265~~ 337 - противоречие.

Если И·З·М = 5·7·9 = 315, то Р·А = 337 - 315 = 22 = 22·1 = 11·2.

Если И·З·М = 5·7·8 = 280, то Р·А = 337 - 280 = 57 = 57·1 = 19·3.

22 нельзя разложить на две цифры - множит. => противоречие.

57 нельзя разложить на две цифры - множит. => против.

Других вариантов нет => решений нет.

Ответ: решений нет.

Задание 1.

Решение:

125 : 6 = 20 5/6 => ~~в V раз~~ в 5 из 6 разверов есть хотя бы 21 мышка. (не обязательно) Тогда хотя бы одного из k цветов должно быть 3, то есть k·2 + k ≤ 21, ~~или k·2 ≤ 20~~ => ~~k = 10~~ $k_{max} = 11$. Если ~~$k_{max} = 12$~~ k = 12, 7, 11, то k·2 + k = 25 > 21, то есть мы не всегда сможем ~~найти~~ найти 3 мышек, которые одинаковы - противоречие.

Ответ: $k_{max} = 11$.

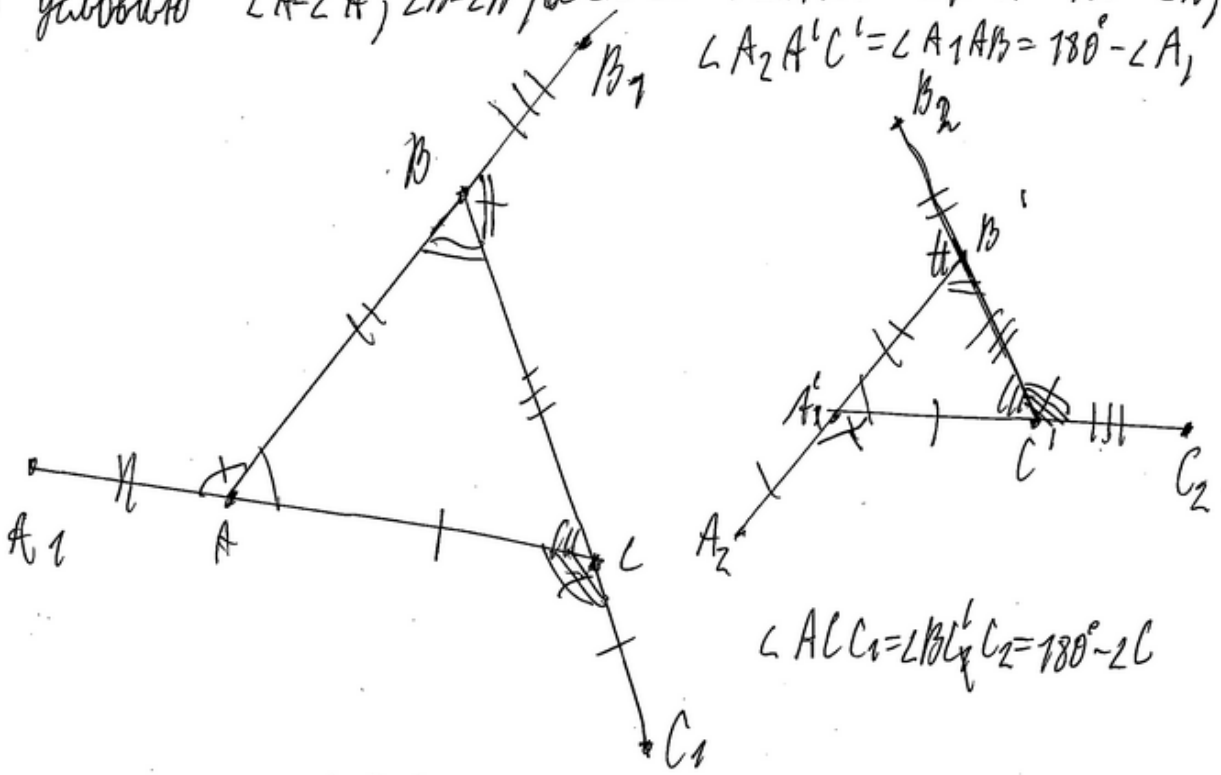
Дополнительный бланк ответов №1.

Задание 4.

Решение:

По условию $\angle A=\angle A'$, $\angle B=\angle B'$, а $\angle C=\angle C'$ $\Rightarrow$ $\angle B_1BC_1=\angle B_2B'A'=180^\circ-\angle B$,

$\angle A_2A'C'=\angle A_1AB=180^\circ-\angle A$,



$\angle ACC_1=\angle BC'C_2=180^\circ-\angle C$

Если ~~у нас~~ $\triangle A_1B_1C_1 \sim \triangle A_2B_2C_2$, то коэффициент подобия равен 1. ~~Тогда т.к. $\frac{A_1C+AB_1+BC_1}{A'C'+A'B'+B'C'}=1$, то Тогда~~ ~~$A_1C+A'$~~.

Тогда $\frac{A_1C+AB_1+BC_1}{C'B_2+A'C_2+A_2B'}=1$. $\frac{AB+BC+AC}{A'C'+B'C'+A'B'}=1$ и ~~$A'A'$~~ $\frac{A_1A+B_1B+C_1C}{A_2A'+B_2B'+C_2C'}=$

$=1 \Rightarrow \frac{S_{A_1B_1C_1}}{S_{A_2B_2C_2}}=1$ Углы между прямыми A_1C и BC_1; AB_1 и BC_1; A_1C и AB_1 равны углам между B_2C' и $A'C_2$; ~~A~~ B_2C' и A_2B; A_2B' и $A'C_2$ $\Rightarrow$ углы у ~~$\triangle A_1B$~~ $\triangle A_1B_1C_1$ равны углам $\triangle A_2B_2C_2$ $\Rightarrow$ $\triangle A_1B_1C_1=\triangle A_2B_2C_2$ (т.к. ~~у~~ углы $\triangle$ равны и коэфф. подобия $=1$).

Дополнительный бланк ответов №2.

Задание 3.

Решение:

$\angle AOB = 90^\circ \Rightarrow \angle AOX_1 + \angle AOX_2 = 90^\circ$ (X_1 и X_2 – значения A и B по оси ~~X~~ x), тогда $\frac{OB}{OX_2} \cdot \frac{AO}{OX_1} = 1$ ($X_1 < 0$, $A < 0$, $X_2 > 0$ $B > 0$) $\Rightarrow \frac{x(\text{точки } B)}{x(\text{точки } A)} = 1$.

~~Вх точках~~ ~~AO_2~~ $AO^2 = OX_1^2 + X_1A^2$; $OB^2 = OX_2^2 + BX_2^2$

В точках A и B $x_{1,2}^2 = ax_{1,2}^2 + bx_{1,2} + c$

$(a-1)x_{1,2}^2 + bx_{1,2} + c = 0$

$\Downarrow$

~~значит~~ график – парабола ax^2+bx+c симметричен относит. оси $OY \Rightarrow$ ~~X~~ – вершина параболы $= c =$ неверно

$= \frac{-B}{2a}$ $A \cdot \frac{B}{A} = 1 \Rightarrow \frac{-B}{2A} = -\frac{1}{2} = \pm c$, ~~либо $c = \frac{1}{2}$~~ $= \pm c$

~~Ответ: $c = -\frac{1}{2}$~~ Если ~~вех~~ парабола ax^2+bx+c ветвями вверх, то $c = -\frac{1}{2}$, если наоборот, то $c = \frac{1}{2}$.

Ответ: $c = \frac{1}{2}; -\frac{1}{2}$.