ИЗУМРУД
ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ

2502782021575

Титульный лист

Направление

- [ ] информатика
- [ ] история
- [x] математика
- [ ] обществознание
- [ ] политология
- [ ] русский язык
- [ ] социология
- [ ] физика
- [ ] химия
- [ ] филология

Класс [ ] 8 [ ] 9 [x] 10 [ ] 11

Фамилия С У Р Г А Н О В

Имя Д Е Н И С

Отчество К И Р И Л Л О В И Ч

Дата рождения 1 5 0 1 2 0 0 5

Город участия Е К А Т Е Р И Н Б У Р Г

Аудитория 4 2 5

Телефон 9 2 2 0 3 6 5 4 4 6

Дата 2 6 0 2 2 0 2 2 **Подпись**

Пример заполнения А Б В Г Д Е Ж З И Й К Л М Н О П Р С Т У Ф Х Ц Ч Ш Щ Ъ Ы Ь Э Ю Я 1 2 3 4 5 6 7 8 9 0

ИЗУМРУД
ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ

2502782021575

Проверочный лист

Заполняется участниками

Направление

- ☐ информатика
- ☐ история
- ■ математика
- ☐ обществознание
- ☐ политология
- ☐ русский язык
- ☐ социология
- ☐ физика
- ☐ химия
- ☐ филология

Класс ☐ 8 ☐ 9 ■ 10 ☐ 11

Заполняется организаторами

Количество доп. листов

Время выхода с : до :

Примечание

Протокол проверки

Заполняется жюри

Номер задания	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Балл члена жюри №1	2	0	0	8	0	0	0	7	0	0
Балл члена жюри №2	2	0	8	0	0	0				

Номер задания	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
Балл члена жюри №1										
Балл члена жюри №2										

Итоговый балл 28

Подпись члена жюри №1

Подпись члена жюри №2

Пример заполнения А Б В Г Д Е Ж З И Й К Л М Н О П Р С Т У Ф Х Ц Ч Ш Щ Ъ Ы Ь Э Ю Я 1 2 3 4 5 6 7 8 9 0

Задание 1: предположим существует число $\overline{abc}$, где $a<b<c$; ~~a>0~~ $a>0$, которое сохраняет свойство такого возрастания цифр в разрядах при возведении в квадрат и куб. Возведя 3-х значное число в квадрат, получим 5-ти значное число. Возведя его же в куб, получим 7-ми значное число. При этом последней цифрой полученного 5-ти значного числа будет последняя цифра числа c^2, для 7-ми значного числа, последняя цифра числа c^3. Поскольку цифры во всех полученных числах идут по возрастанию, последняя цифра числа не может быть меньше количества разрядов. То есть ~~для~~ последняя цифра числа $c^2 \geq 5$, ~~чис~~ числа $c^3 \geq 7$. Найдем возможное число c проверив числа от 1 до 10 этим условием: $1^2=1$; $2^2=4$; $3^2=9$ $3^3=27$; $4^2=16$ $4^3=64$; $5^2=25$ $5^3=125$; $6^2=36$ $6^3=216$; $7^2=49$ $7^3=343$; $8^2=64$; $9^2=81$

Как видно, единственный вариант при котором с удовлетворяет условию $c=3$. Но тогда по условию $\overline{abc}=123$. Проверим 123^2 на возрастание разрядов. $123^2=15129$ число не соответствует условию возрастания разрядов, а значит искомого числа $\overline{abc}$ не существует. (+)

Задание 2: Девятизначный полиндром - это число вида $\overline{abcdxdcba}$, где ~~a≠0~~ $10>a>0$, $10>b,c,d,x\geq 0$. Найдем количество девятизначных полиндромов, перемножив количество значений которое может принимать каждая переменная. $9\cdot10\cdot10\cdot10\cdot10=90000$ полиндромов. Найдем количество возможных замен в каждом полиндроме, оно будет равно сумме количества оставшихся возможных значений для всех цифр числа, за исключением переменной x, так как её изменение приведет к созданию нового полиндрома. $8+9+9+9+9+9+9+9=71$. Умножив количество девятизначных

полиндромов на количество возможных замен в каждом полиндроме, получим количество почти полиндромов ~~не ясно, от чего~~ не ясно, но больше чем полиндром получается другим способом

$71 \cdot 90000 = 6390000$ почти полиндромов.

Задание 4: при перемножении минимального делителя числа p, отличного от единицы, и максимального делителя числа p, отличного от числа p, мы всегда получим число p. Я значит условие можно записать так:

$$\begin{cases} \begin{cases} \frac{m}{x} = y \\ x+y=n \end{cases} \\ \begin{cases} \frac{n}{z} = t \\ z+t=m \end{cases} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \frac{m}{x} = y \\ x+y=n \\ \frac{n}{z} = t \\ z+t=m \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} z+t = xy \\ x+y = zt \end{cases} \Rightarrow x+y+z+t = xy+zt$$

где z, y, x, t - целые числа больше 1

существует лишь 3 варианта в целых положительных числах:

1) $\begin{cases} x+y > xy \\ z+t < zt \end{cases}$ 2) $\begin{cases} x+y < xy \\ z+t > zt \end{cases}$ 3) $\begin{matrix} x+y = xy \\ z+t = zt \end{matrix}$

Первые два варианта зеркальны, поэтому без ограничений множества рассмотрим вариант 1 $\begin{cases} x+y > xy \\ z+t < zt \end{cases}$ В целых положительных числах существует единственный вариант выполнить первое неравенство системы: одна или обе из переменных должны быть равны 1, что противоречит условию. нет, не возм.

Рассмотрим вариант 3 $\begin{cases} x+y = xy \\ z+t = zt \end{cases}$ единственным решением уравнения вида $x+y=xy$ будет $\begin{cases} x=2 \\ y=2 \end{cases}$. Поэтому единственная пара родственных чисел (4 и 4).

А вы это проверили целые числа

Задание 5: Для того чтобы значение приведенного выражения было максимальным, значение его числителя должно быть максимальным, а знаменателя минимальным. Можно заметить, что для получения минимального ~~abc~~ abc ~~необходимо~~ при $0 < a, b, c < 1$, ?? необходимо одно из чисел взять максимально близким к 1, а два других максимально близкими к 0. Без ограничения общности возьмем $a \to 1$, тогда $b \to 0$, $c \to 0$, $abc \to 0$.

Получается: $(a+1) \to 2$; $(b+1) \to 1$; $(c+1) \to 1$; $(abc+1) \to 1$

$$\frac{(a+1)(b+1)(c+1)}{abc+1} \to 2$$

Почему? —

$a \approx 2$