ИЗУМРУД
ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ

2502354031481

Титульный лист

Направление

- ☐ информатика
- ☐ история
- ■ математика
- ☐ обществознание
- ☐ политология
- ☐ русский язык
- ☐ социология
- ☐ физика
- ☐ химия
- ☐ филология

Класс ☐ 8 ☐ 9 ☐ 10 ■ 11

Фамилия ЯКОВЛЕВ

Имя ПАВЕЛ

Отчество ДМИТРИЕВИЧ

Дата рождения 15 12 2004

Город участия ЕКАТЕРИНБУРГ

Аудитория 513

Телефон +79055178877

Дата 26 02 2022 **Подпись**

Пример заполнения А Б В Г Д Е Ж З И Й К Л М Н О П Р С Т У Ф Х Ц Ч Ш Щ Ъ Ы Ь Э Ю Я 1 2 3 4 5 6 7 8 9 0

ИЗУМРУД
ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ

2502354031481

Проверочный лист

Заполняется участниками

Направление

- ☐ информатика
- ☐ история
- ■ математика
- ☐ обществознание
- ☐ политология
- ☐ русский язык
- ☐ социология
- ☐ физика
- ☐ химия
- ☐ филология

Класс ☐ 8 ☐ 9 ☐ 10 ■ 11

Заполняется организаторами

Количество доп. листов

Время выхода с : до :

Примечание

Протокол проверки
Заполняется жюри

Номер задания	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Балл члена жюри №1	20	15	3	0	0					
Балл члена жюри №2	20	11	3	0	0					

Номер задания	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
Балл члена жюри №1										
Балл члена жюри №2										

Итоговый балл 36

Подпись члена жюри №1 **Подпись члена жюри №2**

Пример заполнения А Б В Г Д Е Ж З И Й К Л М Н О П Р С Т У Ф
Х Ц Ч Ш Щ Ъ Ы Ь Э Ю Я 1 2 3 4 5 6 7 8 9 0

№ 1. Максимальная сумма рядом стоящих цифр равна 23 (11+12) =>

Простые числа до 23: 1; 2; 3; 5; 7; 11; 13; 17; 19; 23

дан правильный 12-ти угольник и числа: 1; 2; ...; 12.

Т.к. два соседних числа в сумме должны давать простое число, то чётные и нечётные числа должны чередоваться (никакие два чётных числа не могут стоять рядом).

Значит, возьмём число 12;

сумма, содержащая число 12, будет простой, только если будут использованы: 1; 5; 7; 11

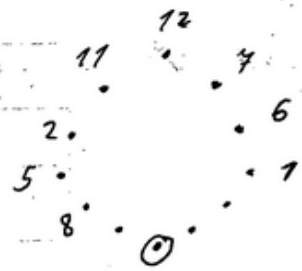


рис. 1

Также, чтобы сумма была простой, нужно добавить:

к 5: 2; 6; 8; 12
к 1: 2; 4; 6; 10; 12
к 7: 4; 6; 10; 12
к 11: 2; 6; 8; 12

Получается, чтобы сумма была простой к 5 и 11 необходимы одинаковые числа => расположить числа так, чтобы выполнялось условие – невозможно, поскольку всегда будет вершина, не удовлетворяющая условию, т.к. по условию необходимо, чтобы сумма пар соседних чисел – простое число и сумма пар чисел, между которыми стоят ровно два числа – простое число. (см. рис 1) Значит, всегда будет нехватать чисел, для выполнения условий

Ответ: нет.

№ 2.

	①	②	③
1.	1		
2.			
3.			9

+1) цифры 1 и 9 зафиксированы, поскольку 1 – наименьшее число, а 9 – наибольшее

+2) в клетках столбца ② строчки 1. и столбца ③ строчки 2. максимальными могут быть числа 4 и 3 (и наоборот), т.к. в случае, если там 5 и более не ~~хватит~~ хватит цифр для выполнения условий задания.

Пример:

	①	②	③
1.	1		
2.	5	6/7	7/8
3.	6/7/8		9

не хватает

+3) В клетке столбца ② строчки 2. возможно либо 5, либо 6, либо 4

	①	②	③
1.	1		
2.		5/6/4	
3.			9

В случае, если в данной клетке будет 7 или 8, то условие задачи выполняется не будет.

В данном случае способы ~~посчитать~~ ~~верно~~

4) I если в центре 4:

	①	②	③
1.	1	2/3	
2.	2/3	4	
3.			9

→ заполнить оставшиеся клетки:

(почему такие числа?)

$\underline{5} \cdot \underline{2} = 10$ способов

и в итоге 20 способов

II если в центре 5:

	①	②	③
1.	1		
2.		5	
3.			9

способов распределить 2; 3; 4 в первом столбце и первой строке – 6.

→ расположить 6; 7; 8 – 3 способа

→ $6 \cdot 3 = 18$ способов

III если в центре 6:

	①	②	③
1.	1		
2.		6	
3.			9

→ расположить 5; 7; 8 – 2 способа

→ $6 \cdot 2 = 12$ способов

→ всего: 50 способов

ответ: 50

№3. x – полуцелое число; $2x$ – целое => x имеет в своей десятичной записи 5 после запятой в разряде десятых.

$x^2 + 2\,]x[= 6$ – решить

$]x[$ – полуцелая часть числа x (наибольшее полуцелое, не превосходящее x)

+1) $x^2 + 2\,]x[= 6$ при условии, если $x =]x[$

$x^2 + 2x - 6 = 0$

Нам необходим дискриминант, ~~так~~ из которого можно извлечь корень и получится натуральное, нечётное число (т.к. $b = 2$ и $a = 1$) =>

$D = 28 \Rightarrow x_{1,2} = -1 \pm \sqrt{7}$

=> условие задачи не выполняется

Не задачи, а случая, когда $x =]x[$

2) Минимально возможный дискриминант $= 28$ => следующий, подходящий $= 36$ =>

$x^2 + 2(x-1) = 6$

$x^2 + 2x - 8 = 0$

$D = 4 + 32 = 6^2$ => $x_{1,2} = -4; 2$ => условие задачи не выполняется

=> следующий дискриминант $= 49$ =>

$x^2 + 2\left(x - \frac{21}{8}\right) = 6$

$x^2 + 2x - 11{,}25 = 0$

$D = 4 + 45 = 49$ => $x_{1,2} = \frac{-2 \pm 7}{2} = -4{,}5; 2{,}5$

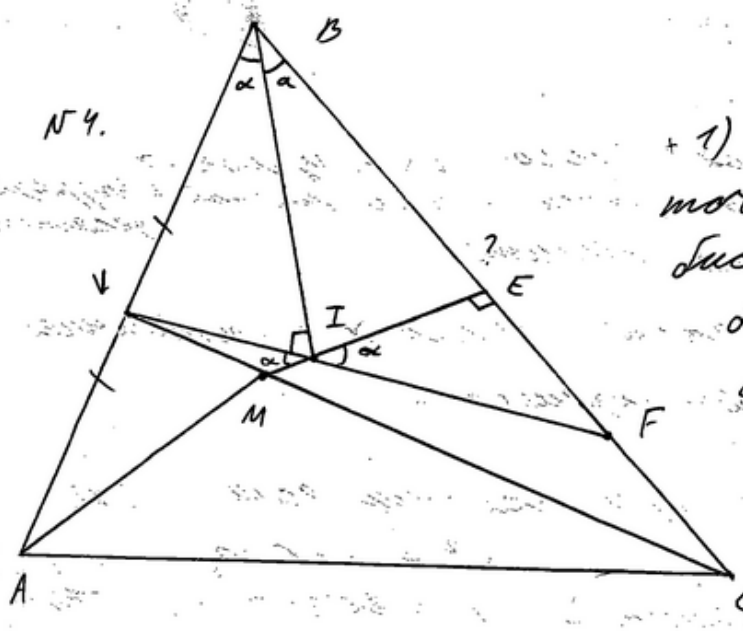
=> условие задачи выполняется.

Ответ: $-4{,}5$; $2{,}5$.

Проверка: $(2{,}5)^2 + 2\,]2{,}5[= 6{,}25 + 5 \neq 6$

$(-4{,}5)^2 + 2\,]-4{,}5[= 20{,}25 - 9 \neq 6$.

№4.



+1) точка I – точка пересечения биссектрис => BI – биссектрисса $\angle ABC$ => обозначим $\angle ABI = \alpha$

=> $\triangle KBF$ – равнобедренный (BI – биссектрисса и высота)

=> $BF = \frac{AB}{2}$

=> $\angle KIM = \angle KBI$ (через дуги окружности, с центром в точке I)?

Т.к. $\angle BKF = \angle BFK = 90° - \alpha$, а $\angle KIM = \angle EIF = \alpha$ => (как вертикальные)

$\angle IEF = 180° - \alpha - (90° - \alpha) = 90°$ => $MI \perp BC$, ч.т.д.

Бланк ответов