ИЗУМРУД
ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ

2502436058070

# Титульный лист

| | | | |
|---|---|---|---|
| **Направление** | ☐ информатика | ☐ история | ☑ математика |
| | ☐ обществознание | ☐ политология | ☐ русский язык |
| | ☐ социология | ☐ физика | ☐ химия |
| | ☐ филология | | |

**Класс** ☐ 8 ☐ 9 ☐ 10 ☑ 11

**Фамилия** БАЗИЛЕВИЧ

**Имя** МАРИЯ

**Отчество** АЛЕКСЕЕВНА

**Дата рождения** 15 12 2003

**Город участия** ТЮМЕНЬ

**Аудитория** 312

**Телефон** 89519763800

**Дата** 26 02 2022 **Подпись** МБаз

**Пример заполнения** А Б В Г Д Е Ж З И Й К Л М Н О П Р С Т У Ф Х Ц Ч Ш Щ Ъ Ы Ь Э Ю Я 1 2 3 4 5 6 7 8 9 0

ИЗУМРУД
ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ

2502436058070

# Проверочный лист

## Заполняется участниками

**Направление**

- [ ] информатика
- [ ] история
- [x] математика
- [ ] обществознание
- [ ] политология
- [ ] русский язык
- [ ] социология
- [ ] физика
- [ ] химия
- [ ] филология

**Класс** [ ] 8 [ ] 9 [ ] 10 [x] 11

## Заполняется организаторами

Количество доп. листов

Время выхода с : до :

Примечание

## Протокол проверки
## Заполняется жюри

| Номер задания | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Балл члена жюри №1 | 20 | 17 | 0 | 0 | 0 | | | | | |
| Балл члена жюри №2 | 20 | 17 | 0 | 0 | 0 | | | | | |

| Номер задания | 11 | 12 | 13 | 14 | 15 | 16 | 17 | 18 | 19 | 20 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Балл члена жюри №1 | | | | | | | | | | |
| Балл члена жюри №2 | | | | | | | | | | |

**Итоговый балл** 37

**Подпись члена жюри №1**

**Подпись члена жюри №2**

**Пример заполнения** А Б В Г Д Е Ж З И Й К Л М Н О П Р С Т У Ф Х Ц Ч Ш Щ Ъ Ы Ь Э Ю Я 1 2 3 4 5 6 7 8 9 0

# Бланк ответов

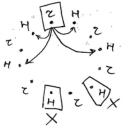
Задание 1.

В вершинах должны стоять 6 четных чисел: 2, 4, 6, 8, 10, 12.

И 6 нечетных: 1, 3, 5, 7, 9, 11

Заметим, что все простые числа, кроме 2, нечётные (сумму = 2 мы всё равно не сможем получить, т.к. минимальная сумма = 1+2=3). Значит, необходимо расставить числа в вершинах таким образом, чтобы пары состояли из одного четного (ч) и нечетного (н) чисел (т.к. ч+ч=ч, н+н=ч, а н+ч=н).

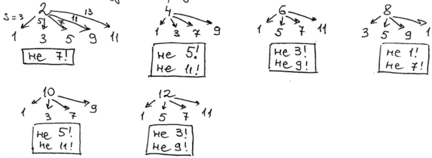
Получается такая картинка:




Выберем любое число, которое является чётным, в нашем 12-ти угольнике.

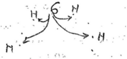
Это чётное число должно составлять как минимум 4 „простые" пары с нечётными числами.

Посмотрим, сколько „простых" пар могут составлять наши чётные (для определённости) числа.




Посмотрим на числа 6 и 12. У них есть два нечётных числа, с которыми они не могут образовать „простую" пару — это 3 и 9 (6+3=9, 6+9=15, 12+3=15, 12+9=21)

Но в нашем 12-тиугольнике для одного чётного числа можно поставить в „противоположных" вершинах 2 нечетных числа, не составляющих с ним простую пару, и если мы выставим „6" в какую-то из четных вершин,




$\boxed{3}$ · $\boxed{9}$

× ×

„3" и „9" займут противоположные места, но тогда мы не сможем поместить число „12", которое должно стоять на том же месте, где и „6".

$\boxed{\text{Ответ: нет}}$

+

Бланк ответов

Задание 2.

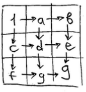
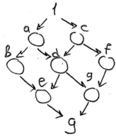


рис. 1

=



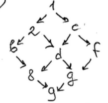
„2" на уровне „a–c"

„8" на уровне „e–g"

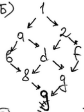
По условию задачи цифры 1 и 9 не могут стоять нигде, кроме как на рис. 1, значит кол-во вариантов расстановки чисел от них не зависит.

Заметим, что „2" стоит на уровне „a–c", т.к. если бы она стояла на др. уровне, условие задачи не было бы выполнено. Аналогично „8" на уровне „e–g".

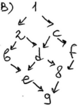
а)



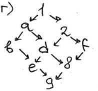
Б)



В)



Г)



a)
b: 3, 4, 5, 6, 7
b = 3 => c = 4; d, f = 5, 6; g = 7
• 2 варианта ✓
b = 4 => c = 3; d, f = 5, 6; g = 7 ✓
• 2 варианта
b = 5 => c = 3; d, f = 4, 6; g = 7 ✓
• 2 варианта
b = 6 => c = 3; d, f = 4, 5; g = 7 ✓
• 2 варианта
• + 2 варианта при b = 7

} 10 вар.

Б)
(I) g = 7, a = 3 } всегда.
b, d, f – любые из чисел 4, 5, 6
• таких способов 6 ✓
(II) a = 4
f = 3
b, d = 5, 6
g = 7 (d = 5, g = 6, 8 = 7)
• 2 способа
(III) g = 6
a = 3
b = 7
d, f = 4, 5
• 2 способа ✓

} 10 вар

В) Аналогично пункту Б), 10 вариантов

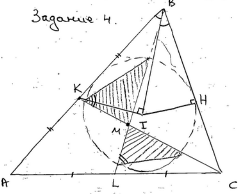
Г) Аналогично пункту а), 10 вариантов.

2 способа потеряны

А) + Б) + В) + Г) = 40 способов.

$\boxed{\text{Ответ: 40}}$

Задание 4.




Дано: $\triangle ABC$, $K$ — середина $AB$, $M$ — точка пересеч. медиан, $I$ — центр впис. окр, $\angle KIB = 90^\circ$

Док-ть: $MI \perp BC$.

Д.п. $IH \perp BC$ — радиус в точке касания окружности.
$BI$ — биссектриса угла $\angle ABC$, т.к. $I$ — центр вписанной окр.
$\Rightarrow \angle KBI = \angle IBH$, а $\angle KIB = 90^\circ$, $\angle IHB = 90^\circ \Rightarrow$
$\triangle KIB \sim \triangle BHI$ по 2ум углам

нет, это значит, что

По св-ву медианы: $\frac{BM}{ML} = \frac{CM}{MK} = \frac{2}{1} \Rightarrow \triangle KBM \sim \triangle MCL$,

$\triangle BMC \sim \triangle KML$

значит, $\angle KBM = \angle MCL$, $\angle KMB = \angle LMC \Rightarrow M$ ~~симметрична~~ лежит на продолжении радиуса $IH$, который $\perp BC$.
(на рисунке заштрихованные $\triangle$ подобны, они симметричны относительно $IH$) $\Rightarrow$ т. $M$, точка их пересечения $\in$ прямой $IH$. $\Rightarrow MI \perp BC$. чтд.

Задание 3.

Число $x$, если оно полуцелое, по условию имеет вид $a{,}5$ (как $1{,}5$; $2{,}5$...), то есть целая часть + пять десятых. Его можно представить в виде $\frac{10a+5}{10}$, где $a \in \mathbb{Z}$.

нельзя

Можно заменить $x^2 + 2\cdot]x[=6$ на $(a+1)^2 + 2\cdot\frac{10a+5}{10} = 6$

нельзя

$a^2 + 2a + 1 + 2a + 1 - 6 = 0$
$a^2 + 4a - 4 = 0$
$a = -2 \pm 2\sqrt{2}$

Считаю, что задача составлена некорректно.
Если в ур-и $x$ — полуцелое, то $x^2$ имеет
А если нет?
два знака после запятой, а $2 \cdot ]x[$ и вовсе
целое, как ур-е может $= 6$?

Если же $x$ в ур-и — целое число, а $]x[$ дробное
(вида $a,5$), то при $x=-3$: $9+2\cdot(-3,5)=2$

$x=-4$: $16+2\cdot(-4,5)=7$

$x=-5$: $25+2\cdot(-5,5)=14$

монотонно возрастает $\Rightarrow$ не будет $= 6$.

$\vdots$

$x=1$: $1+2\cdot 0,5=2$

$x=2$: $4+2\cdot 1,5=7$

$\vdots$

нет решений.