



Титульный лист

Направление ☐ информатика ☐ история ☒ математика
☐ обществознание ☐ политология ☐ русский язык
☐ социология ☐ физика ☐ химия
☐ филология

Класс ☐ 8 ☐ 9 ☒ 10 ☐ 11

Фамилия М О К Р У Ш И Ч

Имя А Н Д Р Е Й

Отчество С Е Р Г Е Е В И Ч

Дата рождения 1 5 1 2 2 0 0 5

Город участия П Е Р М Ь

Аудитория 1 1 5

Телефон 8 9 9 2 2 2 8 2 2 6 8

Дата 2 6 0 1 2 0 2 2 Подпись



Пример
заполнения

А Б В Г Д Е Ж З И Й К Л М Н О П Р С Т У Ф
Х Ц Ч Ш Щ Ъ Ы Ь Э Ю Я 1 2 3 4 5 6 7 8 9 0

Проверочный лист

Заполняется участниками

Направление

- | | | |
|---|--------------------------------------|--|
| ☐ информатика | ☐ история | ☒ математика |
| ☐ обществознание | ☐ политология | ☐ русский язык |
| ☐ социология | ☐ физика | ☐ химия |
| ☐ филология | | |

Класс

- | | | | |
|----------------------------|----------------------------|--|-----------------------------|
| ☐ 8 | ☐ 9 | ☒ 10 | ☐ 11 |
|----------------------------|----------------------------|--|-----------------------------|

Заполняется организаторами

Количество доп. листов

Время выхода с : до :

Примечание

Протокол проверки

Заполняется жюри

Номер задания	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Балл члена жюри №1	20	20	0	0	0					
Балл члена жюри №2	20	20	0	0	0	0				
Номер задания	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
Балл члена жюри №1										
Балл члена жюри №2										

Итоговый балл

40

Подпись
члена жюри №1

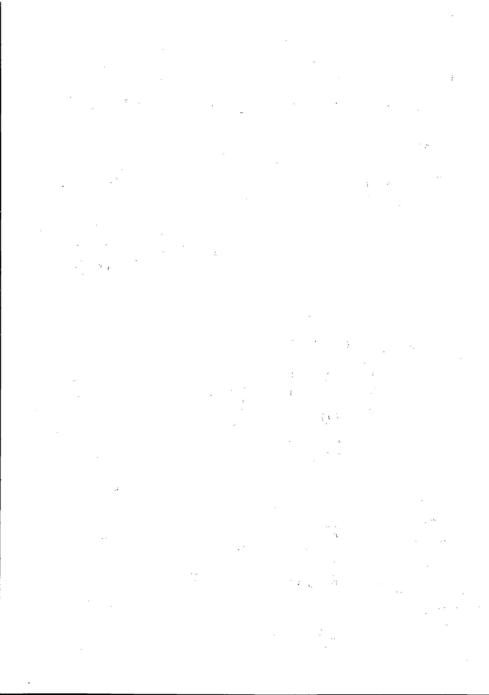


Подпись
члена жюри №2



Пример
заполнения

А Б В Г Д Е Ж З И Й К Л М Н О П Р С Т У Ф
Х Ц Ч Ш Щ Ъ Ы Ь Э Ю Я 1 2 3 4 5 6 7 8 9 0



N°2: Для начала, рассмотрим общие кол-во палиндромов из 9 цифр. Их $9 \cdot 10^4$ (т.к. первая цифра $\neq 0$). Теперь рассмотрим 2 случая:

1) Меняем крайние цифры. Тогда, при начальном:

1000^*00000
 1000000002
 1000000003
 $1000^{\dots}00009$

$\left. \begin{array}{l} 1000^*00000 \\ 1000000002 \\ 1000000003 \\ 1000^{\dots}00009 \end{array} \right\} 9 \text{ вар. , но возможны } 9 \text{ крайних цифр. и}$
 $4 \text{ цифры по одну сторону}$

палиндрома тогда (рассматриваем одну сторону палиндрома т.к. симметрия) $\Rightarrow$ всего $9 \cdot 9 \cdot 10^4$ вариантов.

2) Меняем внутренние цифры.

100000010
 100000020
 $\dots$
 100000090

$\left. \begin{array}{l} 100000010 \\ 100000020 \\ \dots \\ 100000090 \end{array} \right\} 9 \text{ вариантов, но возможны } 10 \text{ симметричных}$
 $9 \text{ крайних и } 3 \text{ внутренних} \Rightarrow$
 $\text{всего } 9 \cdot 9 \cdot 10^4 \text{ вариантов.}$

Мы можем менять только первые 4 или последние 4 цифры т.к. при изменении середины число останется палиндромом $\Rightarrow$

$\Rightarrow \text{возможно } 4 \cdot 81 \cdot 10^4 \text{ чисел. "почти палиндромов" =}$
 $= 3240000$

$+$
 Ответ: возможно 3240000 чисел.

N°1: Для начала, рассмотрим минимальное кол-во цифр в исконом числе. Для этого, возведем минимальное 3-знач. число в квадрат и куб.

$$\left. \begin{array}{l} 100^2 = 10000 \\ 100^3 = 1000000 \end{array} \right\} \rightarrow \text{при возведении искомого в куб даются} \\ \text{быть минимум 7 различных чисел.}$$

Если исконое $x = \overline{a_1 a_2 a_3 \dots a_n}$ и $a_1 < a_2 < a_3 < \dots < a_n$, то

$$b \cdot x^3 = \overline{b_1 b_2 b_3 b_4 \dots b_n}$$

$b_n \geq 87$ (хотя 10 цифр, но 0 не может быть первым) $\Rightarrow$

рассмотрим таблицу квадратов и кубов:

$1^2 = 1$	$1^3 = 1$
$2^2 = 4$	$2^3 = 8$
$3^2 = 9$	$3^3 = 27$
$4^2 = 16$	$4^3 = 64$
$5^2 = 25$	$5^3 = 125$
$6^2 = 36$	$6^3 = 216$
$7^2 = 49$	$7^3 = 343$
$8^2 = 64$	$8^3 = 512$
$9^2 = 81$	$9^3 = 729$

$\Rightarrow$ ищем значения, при которых последняя цифра ≥ 7 .

$$a_n = \begin{cases} b_n = 8 & (\text{от } 2^3) \\ b_n = 7 & (\text{от } 3^3) \\ b_n = 9 & (\text{от } 9^3) \end{cases}, \text{ но}$$

Также рассмотрим последние цифры при возведении в квадрат:

Если $x^2 = \overline{c_1 c_2 c_3 \dots c_n}$, то $c_n \geq 5$. $\Rightarrow$ мы можем возводить лишь 3 в квадрат и куб. При этом всего при возведении в куб возможно 7 цифр.

Тогда единственное число: 123. Проверим: $123 +$

$$123 \cdot 123 = 15129, \text{ что уже противоречит условию} \Rightarrow$$

такого числа не существует.

Ответ: числа не существует.

№5

№5. Преобразим исходное выражение:

$$\frac{(a+1)(b+1)(c+1)}{abc+1} = \frac{\overbrace{abc+ab+bc+ac+abc+c+1}^1}{abc+1} = 1 + \frac{1+ab+bc+ac}{abc+1}$$

Вынесем abc :

$$1 + \frac{1+ab+bc+ac}{abc+1} = 1 + \frac{1+abc\left(\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c}\right)}{abc+1} = 2 + \frac{\left(\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} - 1\right)}{abc+1}$$

$N=4$: Если первый множитель выражения - минималь, то второй - максималь $\rightarrow$

$$\rightarrow \begin{cases} m = a_1 a_2, & \text{где } a_1 - \text{мин. множ.}, a_2 - \text{макс. множ.} \\ n = b_1 b_2, & \text{где } b_1 - \text{мин.}, b_2 - \text{макс.} \end{cases}, \text{ но } \begin{cases} a_1 \neq 1 \\ b_1 \neq 1 \end{cases}$$

По условию:

$$\begin{cases} a_1 + a_2 = n \\ b_1 + b_2 = m \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a_1 + a_2 = b_1 b_2 \\ b_1 + b_2 = a_1 a_2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} a_1 \neq m \\ b_2 \neq n \end{cases}$$

$$\underline{n \neq m}$$

$$\rightarrow \begin{cases} n^2 = a_1^2 + a_2^2 + 2a_1 a_2 \\ m^2 = b_1^2 + b_2^2 + 2b_1 b_2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} n^2 = a_1^2 + a_2^2 + 2m \\ m^2 = b_1^2 + b_2^2 + 2n \end{cases}$$

Но возможны ли данные пары в принципе?

Если мы умножим ^{различные} числа друг на друга, то мы получим число больше, чем при сложении, при этом не равных 1. и принадлежащих N

Док-во:

Пусть $a_1 > a_2$. Тогда пусть $x_1 = a_1 + a_2$, $x_2 = a_1 a_2$.

Найдем разность $x_1 - x_2 = a_1 + a_2 - a_1 a_2$.

Представим число a_1 , как сумму a_2 и n , $n \in N$. $\rightarrow$

$$\left. \begin{aligned} &\rightarrow a_1 + a_2 \vee a_1 a_2 \\ &a_2 + a_2 + n \vee a_2(a_2 + n) \\ &2a_2 + n \vee a_2^2 + a_2 n \\ &\quad \leq 0 \quad < 0 \end{aligned} \right\} \text{ По условию, } a_2 \neq 1, \text{ но } a_2 \in N \rightarrow$$

$$\rightarrow a_2(2 - a_2) + n(1 - a_2) \Rightarrow \text{число будет отриц.} \rightarrow x_1 < x_2 \Rightarrow$$

Если $x_1 < x_2$, то подставим это выражение:

$$\begin{cases} m = a_1 a_2 \\ n = b_1 b_2 \end{cases} \Rightarrow \text{по условию: } \begin{cases} a_1 + a_2 = 4 \\ b_1 + b_2 = m \end{cases} \Rightarrow$$

$\Rightarrow$ т.к. множители не равны 1: $\begin{cases} m > n \\ n > m \end{cases} \Rightarrow \text{противоречие} \Rightarrow$

Таким образом нет, если $m \neq n$ и $\begin{cases} a_1 \neq 1 \\ a_2 \neq 1 \\ b_1 \neq 1 \end{cases}$

Ответ: пар нет.

$N=3$:

Дано:

$W_0(O; R)$

$W_1(I; r)$

$ABC - \Delta$ - вписанный

AD - диаметр

$AD \cap W_0 = P$

$ID = DP$

$\frac{AI}{ID} = 2$

Пусть IH - высота $\triangleq AC \rightarrow$

$\rightarrow AH = HG$

