ИЗУМРУД
ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ

2502436011670

Титульный лист

Направление ☐ информатика ☐ история ☒ математика ☐ обществознание ☐ политология ☐ русский язык ☐ социология ☐ физика ☐ химия ☐ филология

Класс ☐ 8 ☒ 9 ☐ 10 ☐ 11

Фамилия ЧЕРНЫШОВ

Имя ИГНАТ

Отчество МАКСИМОВИЧ

Дата рождения 03 07 2006

Город участия ЕКАТЕРИНБУРГ

Аудитория 307

Телефон 89221177025

Дата 26 02 2022 **Подпись** Чи

Пример заполнения А Б В Г Д Е Ж З И Й К Л М Н О П Р С Т У Ф Х Ц Ч Ш Щ Ъ Ы Ь Э Ю Я 1 2 3 4 5 6 7 8 9 0

ИЗУМРУД
ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ

2502436011670

Проверочный лист

Заполняется участниками

Направление

- [ ] информатика
- [ ] история
- [x] математика
- [ ] обществознание
- [ ] политология
- [ ] русский язык
- [ ] социология
- [ ] физика
- [ ] химия
- [ ] филология

Класс [ ] 8 [x] 9 [ ] 10 [ ] 11

Заполняется организаторами

Количество доп. листов

Время выхода с 13:22 до 13:24

Примечание

Протокол проверки
Заполняется жюри

Номер задания	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Балл члена жюри №1	20	0	3	20	20					
Балл члена жюри №2	20	12	3	20	20					

Номер задания	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
Балл члена жюри №1										
Балл члена жюри №2										

Итоговый балл 69

Подпись члена жюри №1

Подпись члена жюри №2

Пример заполнения А Б В Г Д Е Ж З И Й К Л М Н О П Р С Т У Ф Х Ц Ч Ш Щ Ъ Ы Ь Э Ю Я 1 2 3 4 5 6 7 8 9 0

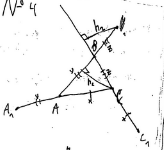
№1.

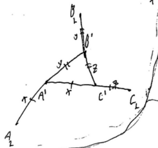
Всего различных групп $6k$. Найдём минимальное k такое, что в каждой группе может быть меньше 3. Тогда максимум игрушек при выбранном k — $2\cdot 6k = 12k$.

Минимальное k, что $12k > 125$ — 11. Значит при $k=10$ обязательно найдётся хотя бы 1 группа, в которой хотя бы 3 мишки.

+

№4





$S_0 = S_{ABC}$ $\quad S_1 = S_{A_1AB}$

$S_2 = S_{BB_1C}$ $\quad S_3 = S_{ACC_1}$

$S_{BB_1C_1} = S_2 \cdot \frac{z+x}{z}$

$\angle A'B'B_2 = \angle B_1BC \Rightarrow S_{A_2B_2B'} = S_{A'B'B_2} \cdot \frac{y+x}{y} =$

$= S_2 \cdot \frac{y^2}{z^2} \cdot \frac{y+x}{y} = S_2 \cdot \frac{y(y+x)}{z^2}$

Аналогично

$S_{AA_1B_1} = S_1 \cdot \frac{y+z}{y}$

$S_{CC_1A_1} = S_3 \cdot \frac{x+y}{x}$

$S_{B_2C_2C'} = S_3 \cdot \cancel{\frac{x(z+y)}{x}} \cdot \frac{z\cdot(z+y)}{x^2}$

$S_{C_2A_2A'} = S_1 \cdot \frac{x(x+z)}{y^2}$

$BB_1 = BC,\ h_2 \perp BC,\ h_c \perp AB \Rightarrow h_2 = h_c$

$\frac{S_2}{z} = h_2 = h_c = \frac{S_0}{y} \Rightarrow \frac{S_2}{z} = \frac{S_0}{y}$

Аналогично $\frac{S_1}{y} = \frac{S_0}{x}$, $\frac{S_3}{x} = \frac{S_0}{z}$

№2.

$Я \cdot (И \cdot З \cdot М + Р \cdot А) = 2022$ $\qquad$ $2022 = 2 \cdot 3 \cdot 337$

$\Downarrow$

$Я \in \{1; 2; 3; 6\}$

$И \cdot З \cdot М + Р \cdot А$ максимум $9 \cdot 8 \cdot 7 + 6 \cdot 5 = 504 + 30 = 534$

Если $Я \leq 3$, то $И \cdot З \cdot М + Р \cdot А \geq 674 \Rightarrow Я = 6$; $И \cdot З \cdot М + Р \cdot А = 337$. ✓

Рассмотрел возможные $И \cdot З \cdot М$ от большего к меньшему.

$9 \cdot 8 \cdot 7 = 534 > 337 \Rightarrow$ не может

$9 \cdot 8 \cdot 5 = 360 > 337 \Rightarrow$ не может

$9 \cdot 7 \cdot 5 = 315$ $\qquad$ $337 - 315 = 22 = 2 \cdot 11$ — нельзя представить в виде произведения цифр.

$8 \cdot 7 \cdot 5 = 280$ $\qquad$ $337 - 280 = 57 = 3 \cdot 19$ — так же нельзя представить

$9 \cdot 8 \cdot 4 = 288$ $\qquad$ $337 - 288 = 49 = 7 \cdot 7$ — только в виде произведения одинаковых

$9 \cdot 7 \cdot 4 = 252$ $\qquad$ $337 - 252 = 85 = 17 \cdot 5$ — нельзя

$8 \cdot 7 \cdot 4 = 224$ $\qquad$ $337 - 224 > 72$ — нельзя $\qquad$ Неполный перебор

Все последующие меньше этого $\Rightarrow$ их тоже нельзя.

Ответ: решений нет.

+

№4. продолж.

$\frac{S_1}{y} = \frac{S_0}{x}$; $\frac{S_2}{z} = \frac{S_0}{y}$; $\frac{S_3}{x} = \frac{S_0}{z}$; $S_{BB_1C_1} = \frac{S_2}{z} \cdot (z+x)$; $S_{A_2B_2B'} = S_2 \cdot \frac{y(y+x)}{z^2}$

$S_{AA_1B_1} = \frac{S_1}{y} \cdot (y+z)$; $S_{C_2A_2A'} = S_1 \cdot \frac{x(x+z)}{y^2}$

$S_{CC_1A_1} = \frac{S_3}{x} \cdot (x+y)$; $S_{B_2C_2C'} = S_3 \cdot \frac{z \cdot (z+y)}{x^2}$

$S_{AA_1B_1} + S_{BB_1C_1} + S_{CC_1A_1} = S_0 \cdot \frac{y+z}{x} + S_0 \cdot \frac{z+x}{y} + S_0 \frac{x+y}{z} = S_0 \cdot \frac{yz(y+z)+xz(z+x)+yx(y+x)}{xyz}$

$S_{A_2B_2B'} + S_{C_2A_2A'} + S_{B_2C_2C'} = S_0 \cdot \frac{x(x+z)}{xy} + S_0 \cdot \frac{y(y+x)}{yz} + S_0 \cdot \frac{z \cdot (z+y)}{zx} = S_0 \cdot \frac{yz(y+z)+xz(z+x)+yx(y+x)}{xyz}$

$S_{A_1B_1C_1} = S_{AA_1B_1} + S_{BB_1C_1} + S_{CC_1A_1} + S_{ABC} = S_{A_2B_2B'} + S_{C_2A_2A'} + S_{B_2C_2C'} + S_{A'B'C'} = S_{A_2B_2C_2}$

доказано.

№5. Всего слов $7! = 720 \cdot 7 = 5040$. С 1 буквы начинается $6! = 720$ слов

$3634 = 5 \cdot 720 + 34 \Rightarrow$ М — 6 буква алфавита.

Рассмотрим все перестановки букв из 6 без М, их $6!$, на одну букву начинается $5! = 120$ слов

$34 = 0 \cdot 5! + 34 \Rightarrow$ Е — 1 буква алфавита.

Аналогично для 5...2 букв:

$34 = 1 \cdot 4! + 10 \rightarrow$ Т — 2 из оставшихся

$10 = 1 \cdot 3! + 4 \rightarrow$ Р — 2 из оставшихся

$4 = 2 \cdot 2! + 0 \rightarrow$ И — 2 из оставшихся

$2 = 2 \cdot 1! + 0 \rightarrow$ К — 2 из оставшихся

ЕАТРИМК

А методом исключения

№5, продолж.

Ё А Т Р И М К – алфавит

Проверка:

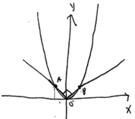
$ЛЕТРИКА = 6! \cdot 5 + 5! \cdot 0 + 4! \cdot 1 + 3! \cdot 1 + 2! \cdot 1 + 1! \cdot 1 + 1 = 3600 + 24 + 6 + 2 + 1 + 1 =$
$= 3634$. Всё верно. Тогда:

$МАТЕРИК = 6! \cdot 5 + 5! \cdot 1 + 4! \cdot 1 + 3! \cdot 0 + 2! \cdot 0 + 1! \cdot 0 + 1 = 3600 + 120 + 24 + 1 = 3745$

+

№3.

Заметил, что если координаты y точек A и B равны, то можно построить график при всех $C \neq 1$:



$(1-C)x^2 + C$

$\frac{X_A^2-1}{X_A} = \frac{1-X_B^2}{X_B} \Rightarrow P \in AB$

если $C=1$, то $P, A, B \in ax^2+bx+c$

Но точки на прямой не могут быть в параболе.

! Противоречие!

Ответ: C – любое число, кроме 1

~~Пусть~~ Допустим $C=1$, тогда:

X_A – модуль координаты X точки A, X_B – модуль координаты точки B.

По т. Пифагора $AB^2 = AO^2 + OB^2 = X_A^2 + X_A^4 + X_B^2 + X_B^4$

Так же $AB^2 = (X_A + X_B)^2 + (X_A^2 - X_B^2)^2 = X_A^2 + X_A^4 + X_B^2 + X_B^4 + 2X_AX_B - 2X_A^2X_B^2$

$2X_AX_B = 2X_A^2X_B^2 \Rightarrow X_AX_B = 1$

~~Пере~~ ~~точк~~ Т.к. $C=1$, то точка $(0;1)$ лежит на параболе. Пусть это точка P

почему? неверно

$\frac{X_A^2-1}{X_A} ?= \frac{1-X_B^2}{X_B} \Leftrightarrow X_A^2X_B - X_B ?= X_A - X_B^2X_A \Leftrightarrow X_A - X_B = X_A - X_B$

$P \in AB \Rightarrow PAB$ не на параболе

$C \neq 1$

$\frac{X_A^2-1}{X_A} = \frac{1-X_B^2}{X_B}$