ИЗУМРУД
ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ

2502162034309

Титульный лист

Направление

- [ ] информатика
- [ ] история
- [x] математика
- [ ] обществознание
- [ ] политология
- [ ] русский язык
- [ ] социология
- [ ] физика
- [ ] химия
- [ ] филология

Класс [ ] 8 [ ] 9 [ ] 10 [x] 11

Фамилия ХОЗЯИНОВ

Имя ТИМОФЕЙ

Отчество АНТОНОВИЧ

Дата рождения 14 01 2005

Город участия ЕКАТЕРИНБУРГ

Аудитория 621

Телефон 9161565054

Дата 26 02 2022 **Подпись** ТИ

Пример заполнения А Б В Г Д Е Ж З И Й К Л М Н О П Р С Т У Ф Х Ц Ч Ш Щ Ъ Ы Ь Э Ю Я 1 2 3 4 5 6 7 8 9 0

ИЗУМРУД
ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ

2502162034309

Проверочный лист

Заполняется участниками

Направление

- [ ] информатика
- [ ] история
- [x] математика
- [ ] обществознание
- [ ] политология
- [ ] русский язык
- [ ] социология
- [ ] физика
- [ ] химия
- [ ] филология

Класс [ ] 8 [ ] 9 [ ] 10 [x] 11

Заполняется организаторами

Количество доп. листов 1

Время выхода с : до :

Примечание

Протокол проверки
Заполняется жюри

Номер задания	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Балл члена жюри №1	20	20	0	0	0					
Балл члена жюри №2	20	20	0	0	0					

Номер задания	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
Балл члена жюри №1										
Балл члена жюри №2										

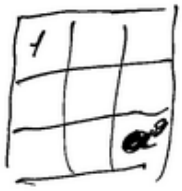
Итоговый балл 40

Подпись члена жюри №1 **Подпись члена жюри №2**

Пример заполнения А Б В Г Д Е Ж З И Й К Л М Н О П Р С Т У Ф
Х Ц Ч Ш Щ Ъ Ы Ь Э Ю Я 1 2 3 4 5 6 7 8 9 0

№2

1) Заметим, что 1 всегда стоит в ~~угл~~ левой верхней клетке, так как если бы она там не стояла, нашлась бы число меньше 1, которого в данном кадре нет.



Аналогично 9 в ~~левой~~ правой нижней

Будем искать все возможные расположения для каждой цифры

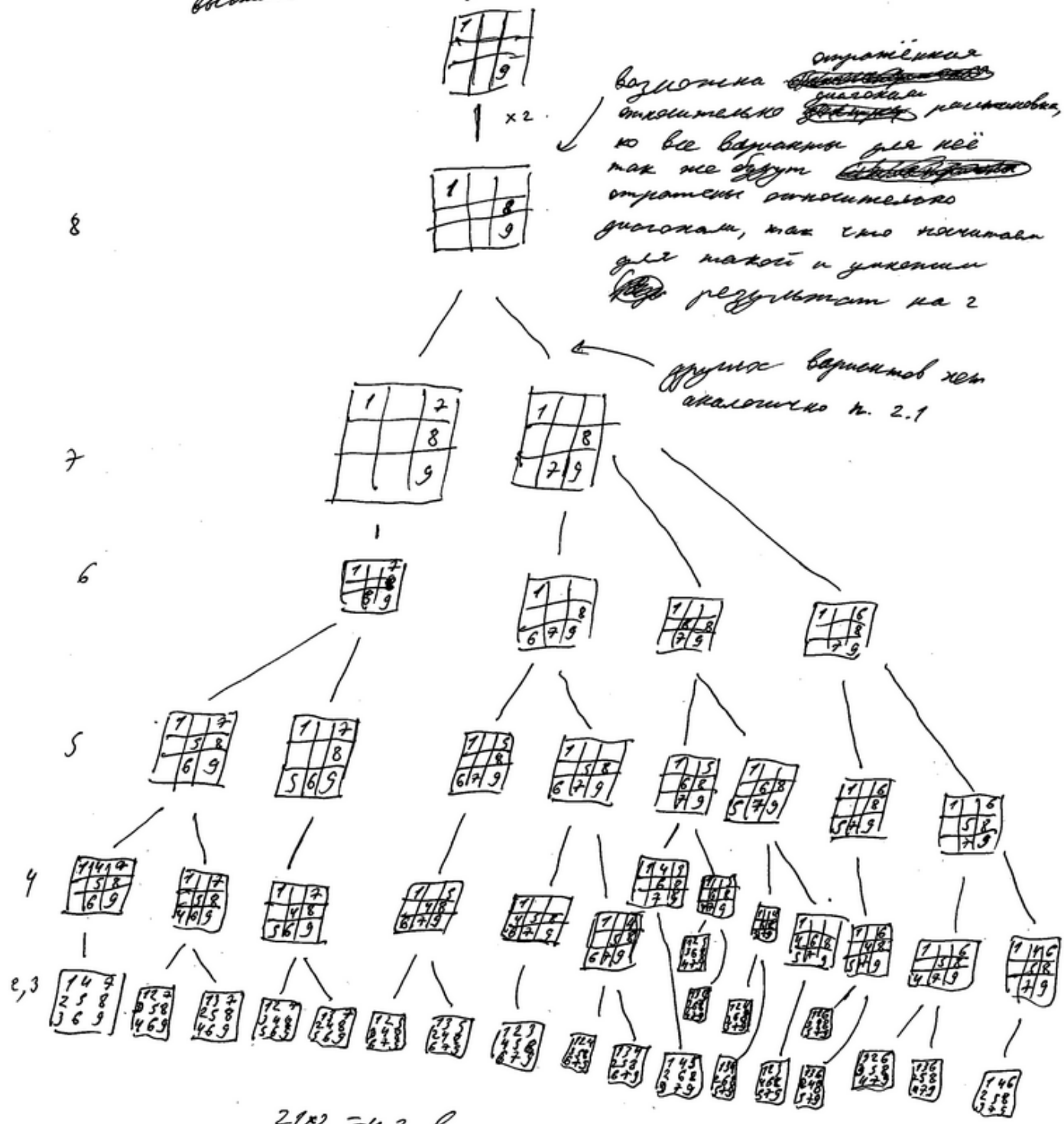
2) Подберём инструкцию, когда все числа больше 9 расставлены, например

для цифры 7,

2.1) 7 не может стоять на клетках, ~~на~~ правее или ниже которых есть пустая клетка, т.к. все числа больше 7-ми уже расставлены, следовательно её нечем было бы заполнить.

на эту идею я буду опираться в дальнейшем

Разберём все случаи (возможные расстановки), выставляя по 1 цифре от большей до меньшей



возможна отражённая относительно диагонали расстановка, но все варианты для неё так же будут отражены относительно диагонали, так что посчитав для такой и увеличим результат на 2

других вариантов нет аналогично п. 2.1

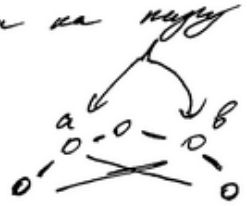
21×2 = 42 варианта

Ответ: 42

№1.

1) Заметим, что соседние числа в расстановке должны быть ~~[illegible]~~ разной чётности, иначе их сумма будет делиться на 2.

2) Посмотрим на пару чисел, стоящих через 1.



Стрелками обозначены пары, на суммы которых необходимо обратить внимание.

Заметим, что все отмеченные суммы должны быть простыми, а числа a и в (выделенная пара) должны быть одинаковой чётности. Это значит что должно найтись 3 нечётных числа, в паре с каждым из которых, ~~[illegible]~~ a и в должны давать ~~[illegible]~~ простые суммы

Посмотрим на число 12 и его соседей через 1.

Заметим, что невозможно найти 2 соседей для 12 удовлетворяющих вышеописанному критерию.

Соседями 12 могут быть 2, 4, 6, 8, 10, из ~~[illegible]~~ нет подходит только 6.

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
1		3		5		7				11		13
2	3		5		7				11		13	
3		5		7				11		13		
4	5		7				11		13			
5		7				11		13				17
6	7				11		13				17	
7				11		11				17		19
8			11		13				17		19	
9		11		13				17		19		
10	11		13				17		19			
11		13				17		19				23
12	13				17		19				23	

Ответ: нет

№3

Посмотрим на возможные решения

$f(x) = x^2 + 2]x[- 6 = 0$

График $g(x) = x^2 - 6$ известен из школьной программы:

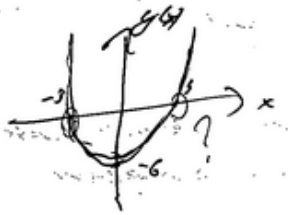
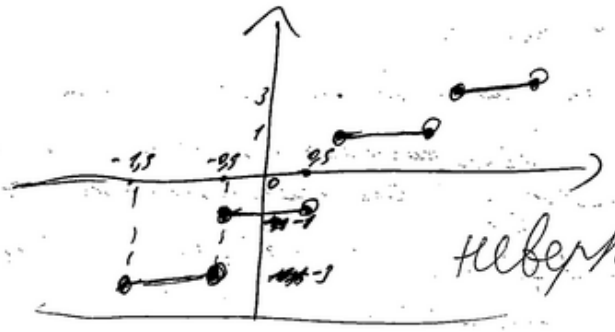


График $m(x) = 2]x[$ по определению строится как



неверно

При $x \geq 3$ $f(x) = g(x) + m(x) > 0$, т.к. $g(x) \geq 0$, $m(x) > 0$

При $x < -4$ $f(x) = g(x) + m(x) > 0$, т.к.

$m(x) \geq 2x - 2$ (т.к. по опр. $]x[\geq x - 1$)

Рассмотрим $-4 \leq x < 3$. На этот промежуток попадают 8 различных значений $m(x)$

Дополнительный лист №1.

① $-4 \le x \le -3{,}5$ $m(x) = -9$

② $-3{,}5 \le x \le -2{,}5$ $m(x) = -7$

③ $-2{,}5 \le x \le -1{,}5$ $m(x) = -5$

④ $-1{,}5 \le x \le -0{,}5$ $m(x) = -1$

⑤ $-0{,}5 \le x \le 0{,}5$ $m(x) = -1$

⑥ $0{,}5 \le x \le 1{,}5$ $m(x) = 1$

⑦ $1{,}5 \le x \le 2{,}5$ $m(x) = 3$

⑧ $2{,}5 \le x < 3$ $m(x) = 5$

разобьём $[-4;3)$ на интервалы и посчитаем ~~[illegible]~~ ответ для каждого из них. внутри одного интервала $m(x)$ принимает только 1 значение

1) $\begin{cases} x^2 - 15 = 0 \\ -4 \le x \le -3{,}5 \end{cases}$

$x = \pm\sqrt{15}$ $+\sqrt{15}$ не подходит, т.к. $\sqrt{15} > -3{,}5$

$-\sqrt{15}$ - ответ

2) $\begin{cases} x^2 - 17 = 0 \\ -3{,}5 < x \le -2{,}5 \end{cases}$

$x = \pm\sqrt{17}$ - ~~[illegible]~~ не на полуинтервале

3) $\begin{cases} x^2 - 19 = 0 \\ -2{,}5 < x \le -1{,}5 \end{cases}$

$x = \pm\sqrt{19}$ $-\sqrt{19} \in (-2{,}5; -3{,}5]$, $\sqrt{19} \notin (-2{,}5; -1{,}5]$

4) $\begin{cases} x^2-3=0 \\ -1{,}5<x\le -0{,}5 \end{cases}$

$x=\pm\sqrt{3}$ $\quad +\sqrt{3}\notin(-1{,}5;-0{,}5]$, $-\sqrt{3}\notin[-1{,}5;-0{,}5]$

5) $\begin{cases} x^2-3=0 \\ -0{,}5<x\le 0{,}5 \end{cases}$

$x=\pm\sqrt{3}$ $\quad \sqrt{3}\notin(-0{,}5;0{,}5]$, $-\sqrt{3}\notin(-0{,}5;0{,}5]$

6) $\begin{cases} x^2-3=0 \\ 0{,}5<x\le 1{,}5 \end{cases}$ $\quad \sqrt{3}$ не на промежутке

$x=\pm\sqrt{3}$ $\quad \cancel{-\sqrt{3}\notin(0{,}5<x\le 1{,}5)}$

$\sqrt{3}$ - ответ

7) $\begin{cases} x^2-3=0 \\ 1{,}5<x\le 2{,}5 \end{cases}$

$x=\pm\sqrt{3}$ $\quad -\sqrt{3}$ не на промежутк.

$\sqrt{3}$ - ответ

На луче $[0;+\infty)$ функция $m(x)$ убывающая, а $g(x)$ - возрастающая $\Rightarrow f(x)$ - возрастающая, значит, если $f(x)$ пересекла $x=0$ на луче $[0;+\infty)$, вторый раз на этом же луче она его не пересечёт.

Ответ: $-\sqrt{3}$; $\sqrt{3}$.