ИЗУМРУД
ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ

2802884335038

Титульный лист

Направление ☐ информатика ☐ история ☒ математика ☐ обществознание ☐ русский язык ☐ физика ☐ химия

Класс ☐ 8 ☐ 9 ☐ 10 ☒ 11

Фамилия ОЩЕПКОВ

Имя ЕВГЕНИЙ

Отчество СЕРГЕЕВИЧ

Дата рождения 01 09 2005

Город участия НОВОУРАЛЬСК

Аудитория 323

Телефон 89326057980

Дата 27 02 2023 **Подпись**

Пример заполнения А Б В Г Д Е Ж З И Й К Л М Н О П Р С Т У Ф Х Ц Ч Ш Щ Ъ Ы Ь Э Ю Я 1 2 3 4 5 6 7 8 9 0

ИЗУМРУД
ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ

2802884335038

Проверочный лист

Заполняется участниками

Направление ☐ информатика ☐ история ☒ математика ☐ обществознание ☐ русский язык ☐ физика ☐ химия

Класс ☐ 8 ☐ 9 ☐ 10 ☒ 11

Город участия НОВОУРАЛЬСК

Заполняется организаторами

Количество доп. листов

Количество черновиков к проверке

Время выхода с : до :

Протокол проверки

Заполняется жюри

Номер задания	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Балл члена жюри №1	20	–	5	–	–					
Балл члена жюри №2	20	–	5	–	–					

Номер задания	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
Балл члена жюри №1										
Балл члена жюри №2										

Итоговый балл 25

Подпись члена жюри №1

Подпись члена жюри №2

Пример заполнения А Б В Г Д Е Ж З И Й К Л М Н О П Р С Т У Ф Х Ц Ч Ш Щ Ъ Ы Ь Э Ю Я 1 2 3 4 5 6 7 8 9 0

Бланк ответов

№1. Вариантами, при которых данная сумма будет состо-
ять лишь из 2-х слагаемых, являются варианты, где есть
хотя бы одно слагаемое больше 1000. Однако, любой палиндром
в промежутке от 1000 до 2000 должен иметь на конце едини-
цу, а значит разность между 2021 и этими палиндромами
имеет на конце цифру 0, а значит не может являться палин-
дромом из-за того, что первая цифра любого натурального числа
не является нулём. ~~&~~. Если допустить, что ~~за~~ число 2002 является
слагаемым в сумме, то 2021-2002=19, а 19 палиндромом не яв-
ляется и не может быть получено с помощью их суммы. Имеем, что
сумма из двух чисел невозможна. оценка Сумма, равная 2021 и состоящ-
ая из трёх слагаемых возможна. Например, 1771+151+99=2021. пример
Значит, наименьшее число слагаемых равно трём
Ответ. 3 +

№3. Допустим, что ~~a=b≠c≠d, тогда~~ хотя бы одно из чисел
a, b, c, d не равняется ~~трё~~ другим. Должно выполняется два условия
при наличии указанных арифметических прогрессий:

$$
\begin{cases}
a^2+d^2=b^2+c^2 & (1)\\
\dfrac{1}{a+b+c}+\dfrac{1}{b+c+d}=\dfrac{1}{a+b+d}+\dfrac{1}{a+c+d} & (2)
\end{cases}
\quad (\mathrm{I})
$$

~~Д~~ С помощью преобразований установим, что при верном (2)
выполняется

$$bc(a+d)+b^2(a+c+d)+c^2(a+b+d)+b^3+c^3=a^3+d^3+ad(b+c)+d^2(a+c+b)+a^2\cancel{(b+c)}\,(b+c+d)$$

Т.к. должно быть верно $a^2+d^2=b^2+c^2$, то ~~прибо~~ вычтем из обеих частей
равные числа

$$bc(a+d)+b^2(a+c+d)+c^2(a+b+d)+b^3+c^3-b^2-c^2=a^3+d^3-a^2-d^2+ad(b+c)+d^2(a+c+b)+a^2(b+c+d)$$

$$b^2(a+c+d+b-1)+c^2(a+b+d+c-1)+bc(a+d)=a^2(a+b+c+d-1)+d^2(a+b+c-1)+ad(b+c)$$

Т.к. ~~a+c+d+b-1 одинаково, и то~~ ~~$b^2(a+c+d+$~~ вс. $(a+c+d+b-1)(b^2+c^2)=(a+c+d+b-1)(a^2+d^2)$, то
$bc(a+d)=ad(b+c)$

Также, для выполнения (1) требуется чтобы все числа a, b, c, d были не равны,
т.к. образуется арифм. прогрессия квадратов. Однако это противоречило
бы $bc(a+d)=ad(b+c)$, т.к. не существует ~~двух~~ трёх и более равноудалённых ~~целых~~ квадратов
целых чисел. рациональных чисел. √

Бланк ответов

№3. Если же числа – иррациональные, то имеем, что
, причём $a+d \neq b+c$
$a+d \neq b+c$", т.к. каждое из чисел отличается друг от друга,
и иррациональные суммы не равны. Значит, $\frac{ad}{bc} \neq 1$, $\cancel{= \frac{a+d}{b+c}}$ i.e.
~~Но с помощью~~ $ad \neq bc$, причём $ad < bc$
Имеем: $\frac{a+d}{ad} = \frac{b+c}{bc}$ – должно быть верно
Однако это невозможно, т.к. $\cancel{\frac{a+d}{ad}}$ $\cancel{\frac{b+}{}}$ $\frac{a+d}{bc} < \frac{b+c}{ad}$
не доказано
Значит, $a = b = c = d$ единственный ~~условие при~~ вариант, при которых эти числа образуют указанные прогрессии.

+

Бланк ответов