ИЗУМРУД
ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ

2802824108024

Титульный лист

Направление ☐ информатика ☐ история ☒ математика ☐ обществознание ☐ русский язык ☐ физика ☐ химия

Класс ☐ 8 ☐ 9 ☐ 10 ☒ 11

Фамилия БОЯРСКИХ

Имя АРИНА

Отчество АЛЕКСЕЕВНА

Дата рождения 06 01 2005

Город участия ЕКАТЕРИНБУРГ

Аудитория Д 3

Телефон +79530095859

Дата 27 02 2023 **Подпись** Абар

Пример заполнения А Б В Г Д Е Ж З И Й К Л М Н О П Р С Т У Ф Х Ц Ч Ш Щ Ъ Ы Ь Э Ю Я 1 2 3 4 5 6 7 8 9 0

ИЗУМРУД
ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ

2802824108024

Проверочный лист

Заполняется участниками

Направление ☐ информатика ☐ история ☒ математика ☐ обществознание ☐ русский язык ☐ физика ☐ химия

Класс ☐ 8 ☐ 9 ☐ 10 ☒ 11

Город участия ЕКАТЕРИНБУРГ

Заполняется организаторами

Количество доп. листов

Количество черновиков к проверке

Время выхода с : до :

Протокол проверки

Заполняется жюри

Номер задания	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Балл члена жюри №1	20	20	–	18	–					
Балл члена жюри №2	8	20	–	12	–					

Номер задания	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
Балл члена жюри №1										
Балл члена жюри №2										

Итоговый балл 49

Подпись члена жюри №1

Подпись члена жюри №2

Пример заполнения А Б В Г Д Е Ж З И Й К Л М Н О П Р С Т У Ф Х Ц Ч Ш Щ Ъ Ы Ь Э Ю Я 1 2 3 4 5 6 7 8 9 0

Бланк ответов

$$\frac{1}{a+b+c}-\frac{1}{a+b+d}=r$$
$$\frac{1}{a+b+d}-\frac{1}{a+c+d}=r$$
$$\frac{1}{a+c+d}-\frac{1}{b+c+d}=r$$

r - разность

$a^2-b^2=p$, $b^2-c^2=p$, $c^2-d^2=p$

$(a-b)(a+b)=p$, $(b-c)(b+c)=p$, $(c-d)(c+d)=p$

$a^2-c^2=2p$

$(a-c)(a+c)=2p$ => a и c одной чётности

если разной, то $(Ч+Н)=Н$

$Н \cdot Н = Н \neq 2p$

Ч - Н = Н, Ч + Ч = Ч, Н + Н = Ч

Н·Ч = Ч, Н·Н = Н, Ч·Ч = Ч

$$\frac{c-d}{(a+b+c)(a+b+d)}=r$$
$$\frac{b-c}{(a+b+d)(a+c+d)}=r$$
$$\frac{a-b}{(a+c+d)(b+c+d)}=r$$
$$\frac{(a-b)(b+c+d)+(b-c)(b+c+d)}{(a+c+d)(b+c+d)(a+b+d)}=2r$$

4) $m+\sqrt{n+\sqrt{k}}=2023$

$\sqrt{n+\sqrt{k}}=2023-m \Rightarrow m\in[1,2021]$

Если $m=2022$: $\sqrt{n+\sqrt{k}}=1$, $n+\sqrt{k}=1$, а n и k натур. — противоречие

$n+\sqrt{k}=(2023-m)^2$

$\sqrt{k}=(2023-m)^2-n$, где $n\in[1,(2023-m)^2-1]$

каждому n соответствует своё k

Так как все числа натур., а 2023 - натур., то все корни должны извлекаться

Т.е. кол-во при $m=1$

$\sqrt{n+\sqrt{k}}=2022$

$n+\sqrt{k}=2022^2$

$\sqrt{k}=2022^2-n \rightarrow n\in[1;2022^2-1]$

$m=2$

$\sqrt{k}=2021^2-n \rightarrow n\in[1,2021^2-1)$ ..... и т.д. до $m=2021$, где $\sqrt{k}=4-n$, где $n\in[1;3]$

Т.е. кол-во таких троек равно сумме кол-ва возможных n при разных m от 1 до 2021

Ответ: $(2022^2-1)+(2021^2-1)+(2020^2-1)+(2019^2-1)+(2018^2-1)+\ldots+(3^2-1)+(2^2-1)$

сумма $(2023-m)^2-1$, где m от 1 до 2021

1) Дополнение. Т.к. нам надо найт. кол-во слагаемых, а 2021 не палиндром

Пусть кол-во слагаемых $=2$ ✓

I $1000a+100b+10b+1a+100c+10r+1e=2021$, где $a,c\in[1;9]$; $b,r\in[0,9]$

Пусть $a=2$ (больше оно быть не может) $110b+101c+10r \neq 19$ - невозможно ✓

Пусть $a=1$ $\quad 110b+101c+10r=1020$

$\underbrace{101c+10r}_{\text{число палиндром вида } 100c+10r+c}=\underbrace{1020-110b}$ не может быть палиндромом, т.к первая цифра всегда 1, а последняя цифра всегда 0

I случай не подходит ✓

II $1000a+100b+10b+1a+10c+1e=2021$

$a=2$ не может (см сл-й I)

$a=1$ $\quad 110b+11c=1020$

$11c=1020-110b$ → max $11c=99$, min $1020-110b=30$ при $b=9$ => $11c=30$, что невозможно; при $b=8$ $11c=140$, что невозможно, при меньших b, тоже не получится.

т.е. II случай нам не подошёл т.к. $11c \neq 1020-110b$

при $b=9$ $\Rightarrow$ $11c=30$, но $30 \not\vdots\, 11$
при $b=8$, $b=7$, ..., $b=1$ $11c$ = трёхзначному числу ↑ двузначное

Значит 2х слагаемых быть не может. V

Пусть будут 3 слагаемых вида: $abba + crc + vkv$, где a, b, c, r, v, k — цифры

$1001a + 110b + 101c + 10r + 101v + 10k = 2021$ $\boxed{c \neq 0 \quad v \neq 0 \quad a \neq 0}$

$\boxed{a \neq 2}$ $\boxed{a=1}$

$110b + 101c + 10r + 101v + 10k = 1020$

$110b + 101(c+v) + 10(r+k) = 1020$ Нет случая трёхзначных чисел

Пусть $b=0$

$101(c+v) + 10(r+k) = 1020$

$c+v$ — от 2 до 18, но $101(c+v) < 1020$, поэтому от 1 до 10

Пусть $c+v=10$

$10(r+k) = 10$

$(r+k) = 1$

$a=1$
$b=0$
$c+v=10$
$r+k=1$

Пример:
$1001 + 919 + 101 = 2021$ V

Итак, все 1 и 2х слагаемых не может быть, что доказано.
Можно составить пример из 3х слагаемых, значит минимальное кол-во задач — 3

+

2.

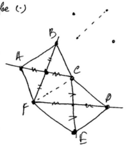
(·) ABC, D, E, F — вершины невыпуклого многоугольника
$ABCF$ и $FCDE$ — многоуг-ки с центр симм-ей.

При том, $ABCDEF$ центр. не симметричен

~~Нужно доказать~~

Да, сущ-ет, если первоначальный многоуг-к невыпуклый

Можно взять две (·) мимо „разрезанного" и провести через них прямые и отметить отрезки равные, как на ~~черт~~ рисунке



Мо Черновик

Бланк ответов

Бланк ответов