ИЗУМРУД
ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ

2802910358123

Титульный лист

Направление	☐ информатика	☐ история	☒ математика
	☐ обществознание	☐ русский язык	☐ физика
	☐ химия		

Класс ☐ 8 ☐ 9 ☐ 10 ☒ 11

Фамилия РЯЗАНОВ

Имя КОНСТАНТИН

Отчество ВЛАДИМИРОВИЧ

Дата рождения 10 08 2006

Город участия ЧЕЛЯБИНСК

Аудитория 259

Телефон 89080024826

Дата 27 02 2023 **Подпись**

Пример заполнения А Б В Г Д Е Ж З И Й К Л М Н О П Р С Т У Ф
Х Ц Ч Ш Щ Ъ Ы Ь Э Ю Я 1 2 3 4 5 6 7 8 9 0

ИЗУМРУД
ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ

2802910358123

Проверочный лист

Заполняется участниками

Направление ☐ информатика ☐ история ☒ математика ☐ обществознание ☐ русский язык ☐ физика ☐ химия

Класс ☐ 8 ☐ 9 ☐ 10 ☒ 11

Город участия ЧЕЛЯБИНСК

Заполняется организаторами

Количество доп. листов

Количество черновиков к проверке

Время выхода с : до :

Протокол проверки
Заполняется жюри

Номер задания	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Балл члена жюри №1	20	20	0	0	0					
Балл члена жюри №2	20	20	0	0	0					

Номер задания	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
Балл члена жюри №1										
Балл члена жюри №2										

Итоговый балл 40

Подпись члена жюри №1

Подпись члена жюри №2

Пример заполнения А Б В Г Д Е Ж З И Й К Л М Н О П Р С Т У Ф Х Ц Ч Ш Щ Ъ Ы Ь Э Ю Я 1 2 3 4 5 6 7 8 9 0

Задание 1.

Ответ: 3.

Решение: заметим, что слагаемые в данной задаче могут ~~принимать~~ иметь один из следующих видов: $\overline{abba}$, $\overline{aba}$ и $\overline{aa}$.

1) Докажем следующую лемму: 2021 нельзя представить в виде суммы двух палиндромов. Рассмотрим 3 случая — $\overline{abba}+\overline{\alpha\beta\beta\alpha}=2021$; $\overline{abba}+\overline{\alpha\beta\alpha}=2021$ и $\overline{abba}+\overline{\alpha\alpha}=2021$. Других случаев нет, т.к. $999+999<2021$ и слагаемые >10 (по усл.) ✓

Все суммы будем записывать столбиком

1.1. Пусть $\begin{array}{r}+\overline{abba}\\ \overline{\alpha\beta\beta\alpha}\\ \hline 2021\end{array}$ $\Rightarrow a+\alpha<10$, т.к. при сложении разряда тысяч нет переноса единицы, но $a+\alpha\equiv 1 \pmod{10}$, т.к. при сложении единиц получилось 1 $\Rightarrow a+\alpha=1$, тогда $b+\beta>10$ (чтобы при сложении сотен был перенос 1 в следующий разряд), но $b+\beta\equiv 0 \pmod{10}$ (из сложения сотен) и $b+\beta\equiv 2 \pmod{10}$ — противоречие $\Rightarrow 2021\neq\overline{abba}+\overline{\alpha\beta\beta\alpha}$ ✓

1.2. Пусть $\begin{array}{r}+\overline{abba}\\ \overline{\alpha\beta\alpha}\\ \hline 2021\end{array}$ $\Rightarrow a=\left[\begin{array}{l}1\\2\end{array}\right.$ (из сложения тысяч), но если $a=1$, то $\alpha=0$, но $\alpha\neq0$, т.к. α — первая цифра второго слагаемого $\Rightarrow a=2\Rightarrow$ $\Rightarrow b+\alpha<10$, но $b+\alpha\equiv 0 \pmod{10}$ (из сложения сотен) $\Rightarrow b+\alpha=0\Rightarrow$ $\Rightarrow b=\alpha=0$, но $\alpha\neq0$ — противоречие $\Rightarrow 2021\neq\overline{abba}+\overline{\alpha\beta\alpha}$ ✓

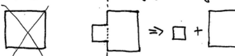
1.3. Пусть $\begin{array}{r}+\overline{abba}\\ \overline{\alpha\alpha}\\ \hline 2021\end{array}$ $\Rightarrow a=\left[\begin{array}{l}1\\2\end{array}\right.$ (из сложения тысяч). Пусть $a=2$, тогда $b=0$ (из сложения сотен), тогда $\overline{abba}=2002$, значит $\overline{\alpha\alpha}=19$, т.е. $\alpha=1$ и $\alpha=9\neq1$ — противоречие $\Rightarrow a=1\Rightarrow b=9$ (из сложения сотен), тогда $\overline{abba}=1991\Rightarrow\overline{\alpha\alpha}=30\Rightarrow\alpha=3=0$, но $3\neq0$ — противоречие $\Rightarrow 2021\neq\overline{abba}+\overline{\alpha\alpha}$. ✓ оценка

Разобрав все случаи, мы доказали лемму. пример

2) Из леммы следует, что $n\geq3$. Пример для $n=3$: $2021=1001+515+505$

Задание 2.

Ответ: да, например следующий многоугольник, образованный от двух квадратов, разного размера



Решение: каждый из полученных квадратов имеет центр симметрии — точка пересечения диагоналей, а исходный многоугольник не имеет, т.к. эта точка должна лежать одновременно на 4-х диагоналях двух квадратов.

Задание 4.

Решение: заметим, что $m\in[0;2023]$; $n\in[0;(2023-m)^2]$ и что при фиксированных m и n, k подбирается однозначно, т.е. задача сводится к нахождению количества всех пар натуральных n и m, лежащих в указанных промежутках. Обозначим это кол-во за t. Как посчитано?

$$t = 1+(1^2+1)+(2^2+1)+(3^2+1)+\ldots+(2023^2+1) = 2023+1^2+2^2+3^2+4^2+\ldots+2023^2$$

Ответ: $2023+1^2+2^2+3^2+\ldots+2023^2$. неверно

Задание 3.

Док-во:

1) Пусть D разность первой прогрессии, тогда $b=\sqrt{a^2+D}$; $c=\sqrt{a^2+2D}$; $d=\sqrt{a^2+3D}$.

2) Пусть E — разность второй прогрессии, тогда

$\frac{1}{a+b+d}=\frac{1}{a+b+c}+E$; $\frac{1}{a+c+d}=\frac{1}{a+b+c}+2E$; $\frac{1}{b+c+d}=\frac{1}{a+b+c}+3E$, подставим в уравнения этой системы значения b, c, d через a^2 и D и сложим эти уравнения и, преобразовав, получим, что $D=0$, а значит $a=b=c=d$ ч.т.д.

Нет выкладок, подтверждающих это.

Задание 5.

Ответ: ~~174~~ 763 Можно больше

Решение: найдутся по крайней мере 2 строки и 2 столбца, на которых будут 2 числа больших 59, аналогично найдутся 2 такие строки и столбцы с числами $\geqslant 50$, таким образом действуя по условию можно поставить ладьи на клетки 60; 51; 52

Бланк ответов