ИЗУМРУД
ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ

2802760466700

Титульный лист

Направление ☐ информатика ☐ история ☒ математика ☐ обществознание ☐ русский язык ☐ физика ☐ химия

Класс ☐ 8 ☐ 9 ☐ 10 ☒ 11

Фамилия ЧЕРЕНЦОВ

Имя ДАНИИЛ

Отчество МИХАЙЛОВИЧ

Дата рождения 05 08 2005

Город участия ЕКАТЕРИНБУРГ

Аудитория 532

Телефон +79086314023

Дата 27 02 2023 **Подпись**

Пример заполнения А Б В Г Д Е Ж З И Й К Л М Н О П Р С Т У Ф Х Ц Ч Ш Щ Ъ Ы Ь Э Ю Я 1 2 3 4 5 6 7 8 9 0

ИЗУМРУД
ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ

2802760466700

Проверочный лист

Заполняется участниками

Направление ☐ информатика ☐ история ☒ математика ☐ обществознание ☐ русский язык ☐ физика ☐ химия

Класс ☐ 8 ☐ 9 ☐ 10 ☒ 11

Город участия ЕКАТЕРИНБУРГ

Заполняется организаторами

Количество доп. листов 00 Количество черновиков к проверке 00

Время выхода с : до :

Протокол проверки
Заполняется жюри

Номер задания	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Балл члена жюри №1	17	20	5	15	0					
Балл члена жюри №2	11	20	5	15	0					

Номер задания	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
Балл члена жюри №1										
Балл члена жюри №2										

Итоговый балл 54

Подпись члена жюри №1 **Подпись члена жюри №2**

Пример заполнения А Б В Г Д Е Ж З И Й К Л М Н О П Р С Т У Ф Х Ц Ч Ш Щ Ъ Ы Ь Э Ю Я 1 2 3 4 5 6 7 8 9 0

Бланк ответов

№ 1

Приведем пример с 3 слагаемыми: $1771+151+99=2021$ (+)

Докажем, что меньше 3 слагаемых получить невозможно:

+ · 2021 - не палиндром, поэтому не может быть единственным слагаемым.
+ · Числа вида $\overline{1nn1}$, где n - ~~цифр~~. любая цифра не могут быть одним из двух слагаемых т.к. в этом случае второе слагаемое будет оканчиваться на 0, а число, оканчивающееся на 0, не может быть палиндромом.

$$\begin{array}{r} 2021 \\ - \; \overline{1nn1} \\ \hline ..0 \end{array}$$

$(2021-1991=3\underline{0}, 2021-1881=14\underline{0}$ и т.д.)

(+) · двух трехзначных слагаемых быть не может т.к наибольшие из них в сумме меньше 2021: $999+\underline{989}<2021$
999 можно

Таким образом составить пример с 1 или 2 слагаемыми невозможно, а значит 3 слагаемых - минимум.

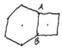
А 2002? 3л это бан и 145.

Ответ: 3

 тоже обладает центром симметрии

№ 2 Определения смотри в поисковике

Любые два правильных многогранника с четным количеством сторон, соединенные по одной из сторон являются таким многогранником. Например:



- ~~граф~~ не имеет центра симметрии
- можно разделить на 2 многогранника, имеющих центр симметрии по AB

ответ: да

№ 3

составим уравнения.

$$\begin{cases} d^2-c^2=c^2-\cancel{a}b^2=b^2-a^2 & (1) \\ \dfrac{1}{b+c+d}-\dfrac{1}{a+c+d}=\dfrac{1}{a+c+d}-\dfrac{1}{a+b+d} & (2) \\ \dfrac{1}{a+c+d}-\dfrac{1}{a+b+d}=\dfrac{1}{a+b+d}-\dfrac{1}{a+b+c} & (3) \end{cases}$$

Упрощая уравнения (2) и (3), получаем уравнения (4) и (5) соответ..

$$\underline{c^2-b^2}+ab+cd=\underline{b^2-a^2}+2bd \quad (4)^+$$

(умножаем на знаменатели и приводим подобные)

$$\underline{d^2-c^2}+ab+ad=\underline{c^2-b^2}+2ac \quad (5)^+$$

Из (1) уравнения ~~приводим подобные~~ сокращаем равные в (4) и (5):

$$\begin{cases} ab+cd=2bd & (6) \\ \cancel{a}b+\cancel{a}d=2\cancel{a}c & (7) \end{cases} \; +$$

из уравнения (6) получаем, что $a=d$ и $c=b$ Каким образом? там $b(a-d)=d(b-c)$

Из (7). $c+d=2c \Rightarrow d=c$ +

В итоге получаем, что $a=b=c=d$, что и требовалось доказать ■

+

№4

$m+\sqrt{n+\sqrt{k}}=2023$

$\begin{cases} n+\sqrt{k}=(2023-m)^2 \\ m<2023 \end{cases}$

$\begin{cases} k=((2023-m)^2-n)^2 \\ m<2023 \\ n<(2023-m)^2 \end{cases}$

При том, что $m\geq 1$ и $n\geq 1$ для каждого m получаем кол. вариантов возможных n:

$m=2022 \Rightarrow n$ нет вариантов

$m=2021 \Rightarrow n<4 \Rightarrow 3$ варианта

$m=2020 \Rightarrow n<9 \Rightarrow 8$ вариантов.

...

$m=c \Rightarrow n<(2023-c)^2 \Rightarrow (2023-c)^2-1$ вариантов

Суммарное кол. вариантов: Почему такое число?

$N=\sum_{m=1}^{2022}((2023-m)^2-1)=\sum_{m=1}^{2022}(m^2-1)$

∓

Ответ: $\sum_{m=1}^{2023}(m^2-1)$ вариантов

№5

Худшая расстановка для Васи — когда самые большие числа находятся не в одной линии, т.е. когда числа 57-64 находятся на диагоналях. При этом самые большие из оставшихся должны быть возле 57 и 58:

57	55	.
56	58	.
.	.	59

В этом случае Вася гарантированно может получить сумму $57+58+56=171$

В ином случае он всегда сможет взять два больших числа из одного ряда и, добавив к ним наибольшее, находящееся на одной с одним из них линии, всегда гарантированно получит сумму больше 171.

Ответ. 171

Контрпример: max 170

64	63	29	28	27	26	25	24
43	42	62	61	23	22	21	20
41	40	47	46	60	59	11	10
39	38	45	44	51	50	9	8
37	36	19	18	49	48	7	6
35	34	17	16	5	4	58	57
33	32	15	14	56	3	55	54
31	30	13	12	2	1	53	52

Бланк ответов

Бланк ответов