ИЗУМРУД
ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ

2802265022772

Титульный лист

Направление ☐ информатика ☐ история ☒ математика ☐ обществознание ☐ русский язык ☐ физика ☐ химия

Класс ☐ 8 ☐ 9 ☐ 10 ☒ 11

Фамилия МИЛКОВА

Имя КСЕНИЯ

Отчество АНДРЕЕВНА

Дата рождения 30 09 2005

Город участия ЕКАТЕРИНБУРГ

Аудитория 621

Телефон 89615732702

Дата 27 02 2023 **Подпись**

Пример заполнения А Б В Г Д Е Ж З И Й К Л М Н О П Р С Т У Ф Х Ц Ч Ш Щ Ъ Ы Ь Э Ю Я 1 2 3 4 5 6 7 8 9 0

ИЗУМРУД
ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ

2802265022772

Проверочный лист

Заполняется участниками

Направление ☐ информатика ☐ история ☒ математика ☐ обществознание ☐ русский язык ☐ физика ☐ химия

Класс ☐ 8 ☐ 9 ☐ 10 ☒ 11

Город участия ЕКАТЕРИНБУРГ

Заполняется организаторами

Количество доп. листов

Количество черновиков к проверке

Время выхода с : до :

Протокол проверки

Заполняется жюри

Номер задания	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Балл члена жюри №1	20	20	–	0	0					
Балл члена жюри №2	20	20	–	0	0					

Номер задания	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
Балл члена жюри №1										
Балл члена жюри №2										

Итоговый балл 40

Подпись члена жюри №1

Подпись члена жюри №2

Пример заполнения А Б В Г Д Е Ж З И Й К Л М Н О П Р С Т У Ф Х Ц Ч Ш Щ Ъ Ы Ь Э Ю Я 1 2 3 4 5 6 7 8 9 0

Бланк ответов

Задание 1

$a_1 + a_2 + \ldots + a_n = 2021$, $a_i \in N$, $a_i > 10$, a_i - палиндром

Числа палиндромы, которые больше 10, но меньше 2021

11 22 33 44 55 66 77 88 99

101 111 121 131 141 151 161 171 181 191
202 212 222 232 242 252 262 272 282 292
303 . . . 393
404 . . . 494
505 . . . 595
606 . . . 696
707 . . . 797
808 . . . 898
909 . . . 999

числа строятся по одной схеме первая и последняя цифры совпадают, а вторая - любая цифра от 0 до 9

1001 1111 1221 1331 1441 1551 1661 1771 1881 1991
2002 2112.

Вычтем по очереди числа палиндромы от 2112 до 1001 из числа 2021, пока не найдем числа a_i

1) 2021 - 2112 = 9 - результат нельзя представить как сумму нескольких a_i (далее будет просто писаться можно или нельзя представить)
2) 2021 - 2002 = 19 - нельзя
3) 2021 - 1991 = 30 - нельзя
4) 2021 - 1881 = 140 - нельзя
5) 2021 - 1771 = 250 - можно представить как сумму чисел 99 и 151 (99 + 151 = 250)

Таким образом, получается три слагаемых: 1771 + 99 + 151 = 2021

Можно заметить закономерность. при вычитании из 2021 числа, оканчивающегося на 1, в результате получается число, оканчивающееся на 0. Такое число на 0 можно представить ~~[illegible]~~ как сумму двух и более палиндромов (не всегда можно представить как сумму палиндромов)

Получаем, что если одно из чисел a_i оканчивается на 1, то минимальное количество слагаемых в примере $a_1 + a_2 + \ldots a_n = 2021$ будет три

Продолжать дальше вычитать числа от 1661 до 1001 не обязательно, т.к. меньше, чем три слагаемых не получится

Вычтем по очереди числа от 999 до 202, найдем закономерность

1) 2021 - 999 = 1022
2) 2021 - 989 = 1032
3) 2021 - 979 = 1042
4) 2021 - 969 = 1052
5) 2021 - 959 = 1062
. . .

Далее результат будет увеличиваться. Если попытать результаты все результаты вычитания на числа a_i, то минимальное количество слагаемых будет два, а значит в итоге минимальное количество слагаемых в примере $a_1 + a_2 + \ldots + a_n = 2021$ должно быть три

Чтобы количество слагаемых в примере $a_1+a_2+\ldots+a_n=2021$ было равно двум, необходимо найти такие числа

Но при вычитании из числа 2021 чисел от 999 до 202 в результате будет получаться четырехзначное число, у первая цифра которого - это 1. Чтобы это число было палиндромом четвертая цифра тоже должна быть 1, а вторая и третья цифры - одинаковыми. То есть число должно быть таким: $1\underline{x}\underline{x}1$

Чтобы получить число $1\underline{x}\underline{x}1$, нужно вычесть из числа 2021 число, оканчивающееся на 0, а такое число может раскладываться минимум на два палиндрома (рассмотрено выше)

$+$

В итоге получаем, что наименьшее количество слагаемых в примере $a_1+a_2+\ldots+a_n=2021$ может быть три (пример. $1771+99+151=2021$)

Тогда наименьшее количество задач, которое может получить студент, — 3

Ответ: 3

Задание 4

$m+\sqrt{n+\sqrt{k}}=2023$, $m\in N, n\in N, k\in N$

Т.к. $2023\in N$ и $m\in N$, то $2023-m=\sqrt{n+\sqrt{k}}\in N$

$\sqrt{n+\sqrt{k}}\in N$, значит $(n+\sqrt{k})\in N$

Т.к. $n\in N$ и $(n+\sqrt{k})\in N$, то $(n+\sqrt{k})-n=\sqrt{k}\in N$

$\sqrt{k}\in N$ и $k\in N$.

Т.к $\sqrt{n+\sqrt{k}}\in N$ и $\sqrt{k}\in N$, то $(n+\sqrt{k})$ и k - это числа, которые можно представить в виде a^2, где $a\in N$, то есть из чисел $(n+\sqrt{k})$ и k можно извлечь квадратный корень. Рассмотрим самые маленькие варианты.

~~Если~~ ~~так~~

$(n+\sqrt{k})\neq 1$, потому что в таком случае $n\notin N$ и $\sqrt{k}\notin N$

Если $(n+\sqrt{k})=4$, тогда $\sqrt{n+\sqrt{k}}=2$ и $m=2023-2=2021$

Возможные k: $k=1^2$, тогда $n=3$ ($m+\sqrt{n+\sqrt{k}}=2023 \Leftrightarrow 2021+\sqrt{3+\sqrt{1}}=2023$)

$k=2^2$, тогда $n=2$ ($m+\sqrt{n+\sqrt{k}}=2023 \Leftrightarrow 2021+\sqrt{2+\sqrt{4}}=2023$)

$k=3^2$, тогда $n=1$ ($m+\sqrt{n+\sqrt{k}}=2023 \Leftrightarrow 2021+\sqrt{1+\sqrt{9}}=2023$)

Так, если $(n+\sqrt{k})=4$, то возможны три варианта троек чисел m, n и k

Бланк ответов

Если $(n+\sqrt{k})=9$, то $m=2018$

Варианты k. $k=1=1^2$, тогда $n=8$
$k=4=2^2$, тогда $n=7$
$k=9=3^2$, тогда $n=6$
$k=16=4^2$, тогда $n=5$
$k=25=5^2$, тогда $n=4$
$k=36=6^2$, тогда $n=3$
$k=49=7^2$, тогда $n=2$
$k=64=8^2$, тогда $n=1$

Так, получается 8 вариантов троек чисел m, n и k, если $(n+\sqrt{k})=9$

Но получаем ~~[illegible]~~ закономерность:

$f_{(n+\sqrt{k})}=(n+\sqrt{k})-1$, где $f_{(n+\sqrt{k})}$ - количество вариантов троек чисел m, n и k, ~~при~~ конкретном значении $(n+\sqrt{k})$.

~~[illegible]~~ Найдем самое большое возможное число $(n+\sqrt{k})$

$\sqrt{1936}<\sqrt{2023}<\sqrt{2025}$, значит $44<\sqrt{2023}<45$

$(n+\sqrt{k})=1936$ - максимальное возможное число $(n+\sqrt{k})$, у которого можно извлечь квадратный корень (и тогда минимальное $m=$

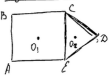
Таблица квадратов

десятки	единицы									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
0	1	4	9	16	25	36	49	64	81	100
10	121	144	169	196	225	256	289	524	361	400
20	441	484	529	576	625	676	729	784	841	900
30	961	1024	1089	1156	1225	1296	1369	1444	1521	1600
40	1681	1764	1849	1936						

Самое маленькое число $m=1$, тогда $\sqrt{(n+\sqrt{k})}=2022$ и $(n+\sqrt{k})=2022^2$

дальнейших продвижений нет

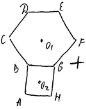
Задание 2



ABCDE - многоугольник, не имеющий центра симметрии

Его можно разрезать на два выпуклых многоугольника: квадрат ABCE и правильный треугольник ECD, у которых есть центры симметрии (O_1 и O_2 - соответственно)

У Δ нет центра симметрии



Многоугольник ABCDEFGH не имеет центра симметрии. Его можно разрезать на два выпуклых многоугольника: правильный шестиугольник BCDEFG и квадрат ABGH с центрами симметрии O_1 и O_2, соответственно

+

Значит многоугольник, не имеющий центра симметрии, который можно разрезать на два выпуклых многоугольника, каждый из которых имеет центр симметрии, существует

+

Ответ: да, существует

Задание 5

~~Максимальная, сумму гарантированно~~

Максимальная сумма, которую гарантированно может получить Вася не зависимо от того, каким способом Петя заполнит таблицу - это 6.

Зачем Васе в свой первый ход ставить на 1

6 это сумма чисел 1, 2, 3. Как бы Петя ни заполнил таблицу и как бы Вася ни сходил, сумма цифр будет больше или равно 6. Именно эту сумму он получит гарантированно.

—

Ответ. 6

Бланк ответов