ИЗУМРУД
ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ

2802671336191

Титульный лист

Направление
- [ ] информатика
- [ ] история
- [x] математика
- [ ] обществознание
- [ ] русский язык
- [ ] физика
- [ ] химия

Класс [ ] 8 [ ] 9 [ ] 10 [x] 11

Фамилия КУЗНЕЦОВА

Имя ЕВГЕНИЯ

Отчество АНТОНОВНА

Дата рождения 15 02 2006

Город участия ПЕРМЬ

Аудитория 124

Телефон 89082498880

Дата 27 02 2023 **Подпись** Кузн

Пример заполнения А Б В Г Д Е Ж З И Й К Л М Н О П Р С Т У Ф Х Ц Ч Ш Щ Ъ Ы Ь Э Ю Я 1 2 3 4 5 6 7 8 9 0

ИЗУМРУД
ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ

2802671336191

Проверочный лист

Заполняется участниками

Направление ☐ информатика ☐ история ■ математика ☐ обществознание ☐ русский язык ☐ физика ☐ химия

Класс ☐ 8 ☐ 9 ☐ 10 ■ 11

Город участия ПЕРМЬ

Заполняется организаторами

Количество доп. листов

Количество черновиков к проверке

Время выхода с 13:30 до 13:35

Протокол проверки
Заполняется жюри

Номер задания	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Балл члена жюри №1	1	4	2	0	0	5	0			
Балл члена жюри №2	0	2	0	0	1	1	0			

Номер задания	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
Балл члена жюри №1										
Балл члена жюри №2										

Итоговый балл 35

Подпись члена жюри №1

Подпись члена жюри №2

Пример заполнения А Б В Г Д Е Ж З И Й К Л М Н О П Р С Т У Ф Х Ц Ч Ш Щ Ъ Ы Ь Э Ю Я 1 2 3 4 5 6 7 8 9 0

№3

Предположим, что $a=b=c=d$.
Тогда должны выполняться следующие условия:
$a^2=b^2=c^2=d^2$ и $\frac{1}{a+b+c}=\frac{1}{a+b+d}=\frac{1}{a+c+d}=\frac{1}{b+c+d}$.
Подставим вместо a любое число x, $x\in(0;+\infty)$.
$a=x$, $a=b=c=d \Rightarrow b=x$
$c=x$
$d=x$.

$a^2=b^2=c^2=d^2 \longrightarrow x^2=x^2=x^2=x^2$ (условие соблюдается)
$\frac{1}{a+b+c}=\frac{1}{a+b+d}=\frac{1}{a+c+d}=\frac{1}{b+c+d} \longrightarrow \frac{1}{x+x+x}=\frac{1}{x+x+x}=\frac{1}{x+x+x}=\frac{1}{x+x+x}$
$\frac{1}{3x}=\frac{1}{3x}=\frac{1}{3x}=\frac{1}{3x}$
(условие соблюдается)

Возьмём любое число из промежутка x.
Например, 2.
$a=2 \Rightarrow b=2$
$c=2$
$d=2$.
$a^2=b^2=c^2=d^2$
$2^2=2^2=2^2=2^2$ Условие соблюдается.
$\frac{1}{a+b+c}=\frac{1}{a+b+d}=\frac{1}{a+c+d}=\frac{1}{b+c+d}$
$\frac{1}{2+2+2}=\frac{1}{2+2+2}=\frac{1}{2+2+2}=\frac{1}{2+2+2}$
$\frac{1}{6}=\frac{1}{6}=\frac{1}{6}=\frac{1}{6}$ Условие соблюдается.

Проверено, что $a=b=c=d$ подходит, однако требовалось не это

Все условия при нашем предположении соблюдаются $\Rightarrow$ наше предположение верно $\Rightarrow a=b=c=d$.

№1

2021 не является палиндромом, ближайший к нему палиндром 2002, но $2021-2002=19$. Сумму 19 не дадут палиндромы, 19 – не палиндром.
$\Rightarrow$ вариант с 2002 не подходит.
После 2002 идёт палиндром 1991.
$2021-1991=30$. Сумму 30 не дают палиндромы, 30 – не палиндром $\Rightarrow$ вариант с 1991 не подходит.
[меньше 30 2 палиндрома: 11 и 22, но их сумма превышает 30]

см на обороте

После 1991 идёт палиндром 1881.
2021 − 1881 = 140.
Сумму 140 не дают палиндромы (чтобы на конце был 0 последнее или цифрой или (при сумме 2ух чисел для минимального значения) должны быть сочетания 1+9 / 2+8 / 3+7 / 4+6 / 5+5 / 6+4 / 8+2 / 7+3 / 9+1.
Суммы двузначных палиндромов (99+11, 88+22 и т.д.) будут одинаковы и равны ~~110~~. При трёхзначном палиндроме (>100), близком к 140, первой и последней цифрой будет 1 (1...1) => чтобы получить на конце 0, нужно сочетание с 9, а наименьший палиндром, заканчивающийся на 9 — 99. Сумма 3-ёхзначного палиндрома и 99 будет ≥ 200 (101+99 = 200) => сумма 140 не получится), само число 140 не является палиндромом. => 1881 не подходит.
После 1881 идёт палиндром 1771.
2021 − 1771 = 250. неполный перебор
Сумму 250 могут дать палиндромы 99+151.

$$\boxed{99+151+1771=2021}$$ ✓

(Чем больше 1 из палиндромов, тем меньше сумма других => меньшее количество слагаемых)
Минимально 3 слагаемых => не доказано наименьшее количество задач, которое может получить студент, будет равняться 3.

Почему не 2?
Чтобы на конце получилась цифра 1 должно быть сочетание 2+9 / 3+8 / 4+7 / 6+5 / 5+6 / 7+4 / 8+3 / 9+2.
1+0 не может быть, т.к. нет палиндромов, заканчивающихся на 0. ✓
~~Сумма всех сочета~~
Сумма всех сочетаний (МАКСИМАЛЬНАЯ СУММА!!!) будет одинакова. Например: 999 + 292 = 1291, 898 + 392 = 1291 и т.д. неполный перебор =>
=> максимальная сумма 2ух палиндромов = 1291, 1291 < 2021 =>
=> 2 слагаемых не может быть => минимальное

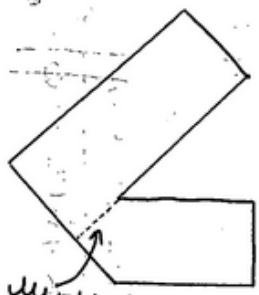
количество слагемых = 3

№2

Многоугольник существует.

У всех выпуклых многоугольников есть центр симметрии, поэтому существующий многоугольник нужно искать среди не выпуклых.

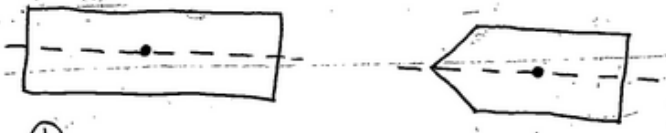
Например:



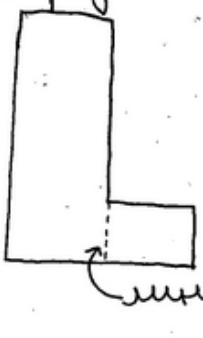
У данного многоугольника нет центра симметрии.

Нужно разрезать так, чтобы получились 2 выпуклых многоугольника с центром симметрии (линия разреза показано на рисунке)

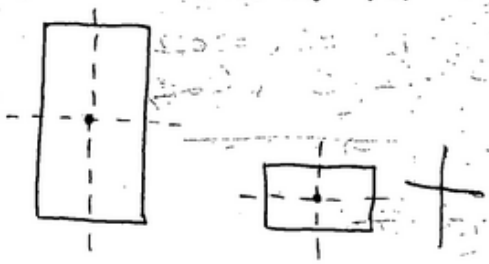
Образуются: (масштабы не сохранены)



Другой пример многоугольника:



При разрезе образуются: (масштабы не сохранены)



~~Оси~~* Центр симметрии показан жирной точкой •

см на обороте

№4. $m+\sqrt{n+\sqrt{k}}=2023$.

m, n, k – различные числа, натуральные: $(0;+\infty)$

$m \neq 2023$, тогда $n=k=0$

при $m=2022$. $\sqrt{n+\sqrt{k}}=1$ — 0 вариантов, т.к. $n=0$ или $k=0$, а 0 – не натуральное число

при $m=2021$ $\sqrt{n+\sqrt{k}}=2$.

n	k
~~4~~	~~0~~
3	1
2	4
1	9
~~0~~	~~16~~

– 3 вариантов

при $m=2020$ $\sqrt{n+\sqrt{k}}=3$

n	k
~~9~~	~~0~~
8	1
7	4
6	9
5	16
4	25
3	36
2	49
1	64
0	81

8 вариантов.

Закономерность: $\sqrt{n+\sqrt{k}}=x$ замечено, но не доказано

количество вариантов: x^2-1 => арифметическая прогрессия

Сумма арифметической прогрессии: $S=\frac{a_{min}+a_{max}}{2}\cdot n$ неверно

a – кол-во вариантов, $a=x^2-1$.

$n=2023$ (от 0 до 2022).

$a_n=2022^2+1=4088584+1=4088585$.

$S=\frac{2+4088585}{2}\cdot 2023$

$\sqrt{n+\sqrt{k}}=n$ $n_{min}=2$ $n_{max}=2022$

$n=2021$. (от 2 до 2022)

$a_n=2021^2-1=$ ~~4084420~~

~~$S=\frac{4084422}{2}\cdot 2021$~~

$\sqrt{n+\sqrt{k}}=x$ $x_{min}=2$ $x_{max}=2022$. $a_{min}=3$.

Это арифмет прогрессия. кол-во $x=2021$. $n=2021$.

$a_{max}=2022^2-1=4088584-1=4088583$.

$S=\frac{3+4088583}{2}\cdot 2021=\frac{4088586}{2}\cdot 2021=2044293\cdot 2021=$

$=4131516153$.

Количество вариантов: 4.131.516.153

№5

В каждой клетке вероятность нахождения определённого числа $= \frac{1}{64}$?

вероятность не даёт гарантии

Сумма всех чисел: $S = \frac{a_1 + a_n}{2} \cdot n$

$S = \frac{1+64}{2} \cdot 64 = 2080.$