ИЗУМРУД
ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ

2802419358405

Титульный лист

Направление	☐ информатика	☐ история	☒ математика
	☐ обществознание	☐ русский язык	☐ физика
	☐ химия		

Класс ☐ 8 ☐ 9 ☐ 10 ☒ 11

Фамилия ДОРИН

Имя ПАВЕЛ

Отчество ЕВГЕНЬЕВИЧ

Дата рождения 08 12 2005

Город участия ЧЕЛЯБИНСК

Аудитория 259

Телефон +79823135468

Дата 27 02 2023 **Подпись**

Пример заполнения А Б В Г Д Е Ж З И Й К Л М Н О П Р С Т У Ф
Х Ц Ч Ш Щ Ъ Ы Ь Э Ю Я 1 2 3 4 5 6 7 8 9 0

ИЗУМРУД
ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ

2802419358405

Проверочный лист

Заполняется участниками

Направление ☐ информатика ☐ история ☒ математика ☐ обществознание ☐ русский язык ☐ физика ☐ химия

Класс ☐ 8 ☐ 9 ☐ 10 ☒ 11

Город участия ЧЕЛЯБИНСК

Заполняется организаторами

Количество доп. листов

Количество черновиков к проверке

Время выхода с : до :

Протокол проверки
Заполняется жюри

Номер задания	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Балл члена жюри №1	14	–	–	12	0					
Балл члена жюри №2	14	–	–	12	0					

Номер задания	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
Балл члена жюри №1										
Балл члена жюри №2										

Итоговый балл 26

Подпись члена жюри №1 [signature]

Подпись члена жюри №2 [signature]

Пример заполнения А Б В Г Д Е Ж З И Й К Л М Н О П Р С Т У Ф Х Ц Ч Ш Щ Ъ Ы Ь Э Ю Я 1 2 3 4 5 6 7 8 9 0

Бланк ответов

Задание 1:

Ответ: 3

Решение: Предположим, что одно из слагаемых 4-ёх значный палиндром ~~вида~~ $\overline{abba}$. Т.к. 2021 не является палиндромом, то $n \geq 2$. Рассмотрим $n=2$:

$\overline{abba} + \overline{cdc} = 2021$, где $\overline{cdc}$ – 3-ёх значный палиндром. При $a=1$ следует, что $c=0$ (?!). При $a=2$ следует, что $c=9$, но т.к. минимально возможной $\overline{abba} = 2002$ в силу условия, то $\overline{cdc}$ – двухзначный (?!). и что?

Тогда рассмотрим 3-ёх значный палиндром $\overline{aba}$. ~~Сумма~~ Заметим, что если $n=2$, то сумма максимальнов возможных палиндромов меньше 2021:

$999+999 < 2021$, ✓ Случай 2002 не рассмотрен

~~Во~~ следовательно $n \geq 3$.

Покажем, что студент может найти пример для $n=3$:

$999+989+33=2021$. пример

+

Задание 4:

Ответ: $1+2+(2^2-1)+1+2+\ldots+(3^2-1)+\ldots+1+2+\ldots+(44^2-1)$.

Решение: Предположим, что K ~~начально~~ не является квадратом натурального числа. Тогда $n+\sqrt{K}$ не является, т.к. квадратом натурального числа $n+\sqrt{K}$ не является, т.к.

~~Тогда~~ $\sqrt{K}$ – не натуральное число, что следует из предположения.

$m+\sqrt{n+\sqrt{K}} = 2023 \rightarrow \sqrt{n+\sqrt{K}} = 2023-m \rightarrow n+\sqrt{K} = (2023-m)^2$.

неверно

$n+\sqrt{K} \leq 2022 \Rightarrow (2023-m)^2 \leq 2022$

Т.к. m – натуральное, а 2022 не является квадратом натурального числа, то справедливо ограничить сверху $(2023-m)^2$ квадратом натур. числа, не превосходящего 2022:

неверно

$(2023-m)^2 \leq 44^2 \Rightarrow 2023-m \leq 44 \Rightarrow m \geq 1979$.

С другой стороны, $m \leq 2022$, но при $m=2022$ следует, что $\sqrt{n+\sqrt{K}}=1$, но сумма 2ух натуральных слагаемых под корнем больше 1, а $1=\sqrt{1}$. Значит $m=2022$ не подходит:

Бланк ответов

$1979 \le m \le 2021$.

~~Докажем теперь, что $\sqrt{n+\sqrt{k}}$~~

Другими словами, $m \in [1979; 2021] \in \mathbb{N} \Rightarrow \sqrt{n+\sqrt{k}} \in [2; 44] \in \mathbb{N}$.

Заметим, что при рассмотрении кол-ва решений для отдельного $\sqrt{k} \in [2-1; (44-1)]$ они будут увеличиваться следующим образом:

$\sqrt{k} \to 1 \to 1$, ~~(кол-во решений)~~

$\sqrt{k} \to 2 \to 2^2-1$ } кол-во решений.

$\sqrt{k} \to 3 \to 3^2-1$

Таким образом общее кол-во решений ~~$1+2+\ldots+44 = \frac{44\cdot 45}{2} = 990$.~~ следующее: $1+2+(2^2-1)+1+2+3+\ldots+(3^2-1)+1+2+\ldots+(4^2-1)+\ldots+1+2+3+\ldots+(44^2-1)$.

неверная формула

Задание 5:

~~Очевидно~~

~~Понятно, что Вася всегда может получить 64. Читаемая наименее выгодное~~

~~Вася случай, он всегда может получить~~

Ответ: 127 Ножко больше

Объяснение: ответ напрашивается из соображений о примерно равном распределении чисел по горизонталям или вертикалям таблицы:

(1) $\frac{1+2+\ldots+64}{8} = \frac{64\cdot 65}{2\cdot 8} = 260$ — соответствующее кол-во очков по горизонтали или вертикали.

Далее напрашивается ~~примерно~~ поровну распределить сумму (1) на кол-во клеток столбца: $\frac{260}{8} = 32\frac{1}{2}$, и далее домножить её на 3 выбранных клетки, т.к. получается и равная таблица: $32\frac{1}{2}\cdot 3 = 127\frac{1}{2}$, откуда следует ответ.

Бланк ответов