ИЗУМРУД
ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ

2802401018840

Титульный лист

Направление ☐ информатика ☐ история ☒ математика ☐ обществознание ☐ русский язык ☐ физика ☐ химия

Класс ☐ 8 ☐ 9 ☐ 10 ☒ 11

Фамилия ГАЙНУЛАЕВА

Имя ВЕРОНИКА

Отчество ВЛАДИМИРОВНА

Дата рождения 28 03 2005

Город участия ЕКАТЕРИНБУРГ

Аудитория 611

Телефон 89224007727

Дата 27 02 2023 **Подпись**

Пример заполнения А Б В Г Д Е Ж З И Й К Л М Н О П Р С Т У Ф Х Ц Ч Ш Щ Ъ Ы Ь Э Ю Я 1 2 3 4 5 6 7 8 9 0

ИЗУМРУД
ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ

2802401018840

Проверочный лист

Заполняется участниками

Направление ☐ информатика ☐ история ☒ математика ☐ обществознание ☐ русский язык ☐ физика ☐ химия

Класс ☐ 8 ☐ 9 ☐ 10 ☒ 11

Город участия ЕКАТЕРИНБУРГ

Заполняется организаторами

Количество доп. листов

Количество черновиков к проверке

Время выхода с : до :

Протокол проверки

Заполняется жюри

Номер задания	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Балл члена жюри №1	20	0	0	5	0					
Балл члена жюри №2	20	0	0	11	0					

Номер задания	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
Балл члена жюри №1										
Балл члена жюри №2										

Итоговый балл 28

Подпись члена жюри №1

Подпись члена жюри №2

Пример заполнения А Б В Г Д Е Ж З И Й К Л М Н О П Р С Т У Ф Х Ц Ч Ш Щ Ъ Ы Ь Э Ю Я 1 2 3 4 5 6 7 8 9 0

Бланк ответов

1 вариант

задание 1

пусть n - количество слагаемых, то есть количество задач.

Допустим $n=2$ Тогда хотя бы одно из чисел больше 1000 √

Пусть ~~$a_1 > 1000$~~ $a_1 \geq 1022$ ($a_2 < 1000$; $a \neq 1021$ по условию).

Тогда разряд единиц a_1 равен $1 \Rightarrow a_2$ - круглое число. Но числа не могут быть круглыми, так как при обратном порядке число будет начинаться с 0, что невозможно. ~~При~~ Когда оба числа больше 1000, то оба заканчиваются на 1 и в сумме дают чётное число (а нам надо нечётное) √

Если $a_1 < 1000$, то тогда a_2 заканчивается на 1 и возникает проблема, расписанная выше

Таким образом, мы доказали, что $n > 2$

Допустим $n = 3$

Так как нам не важна величина чисел, то возьмём любые 3 подходящих условию числа (пример) 1771, 99, 151 Все они натуральные, больше 10 и являются палиндромами, а в сумме дают 2021 Следовательно, наименьшее $n = 3$, то есть студент может получить 3 задачи (минимум)

Ответ: 3

+

Задание 3.

Так как мы имеем арифметическую прогрессию (точнее, их 2), то возможны 3 случая 1) $a<b<c<d$; 2) $a>b>c>d$, 3) $a=b=c=d$

Проверим каждую из них

1) $a<b<c\leq d$. Для удобства возьмём числа, удовлетворяющие условию:

$1;2;3,4$ $(1<2<3<4)$

Проверяем прогрессии: $1, 4, 9, 16$ и $\frac{1}{6}; \frac{1}{7}, \frac{1}{8}, \frac{1}{9}$

Ни первая, ни вторая не являются арифметической прогрессией, так как квадраты чисел всегда имеют различную разность, а знаменатели в дробях уменьшаются по-разному, то есть тоже различная разность. Следовательно, такой случай невозможен

2) $a>b>c>d$ Этот случай аналогичен первому можно взять те же числа и вновь придти к ответу „нет".

В общем, нет квадратов чисел с одинаковой разностью, как и нет одинаковой разности в дробях с одним числителем и разными знаменателями

3) $a=b=c=d$ Из этого можно увидеть, что $a^2=b^2=c^2=d^2$ и

$\frac{1}{a+b+c}=\frac{1}{a+b+d}=\frac{1}{a+c+d}\neq\frac{1}{b+c+d}$ Частные случаи

Так как все числа равны, ~~то~~ то можно сказать, что все члены в обоих случаях являются членами арифметической прогрессии с разностью, равной 0.

То есть, доказано, что $a=b=c=d$

Бланк ответов

задание 5.

Максимально Ваня может получить 189, а минимально — 6

Чтобы получить максимально гарантированную сумму Ваня должен пройти через клетки с наибольшими значениями: 63 и 64

Если они лежат в одной строке или в одном столбце, то сумма будет зависеть от третьего слагаемого.

Если они лежат в разных строках и столбцах, то потребуется всего одна клетка, чтобы переместиться в нужную строку или в нужный столбец. В этой клетке может быть число от 1 до 62. В таком случае минимально возможной (в гарантированном максимуме) суммой будет $64+1+63=128$.

Пройдя через наибольшее число, наименьшее и оставшееся наибольшее, Ваня гарантированно получит 128, что и будет максимально гарантированной суммой

не доказано, что нельзя получить больше

Ответ. 128

Задание 4

$m+\sqrt{n+\sqrt{k}}=2023 \quad m, n, k \in N$

~~$m=\{1,2,3,\dots,2020,2021\}$~~ $m=\{1,2,3,\dots,2020,2021\}$

~~$m\neq2022$, т.к. тогда $\sqrt{n+\sqrt{k}}=1 \Leftrightarrow n+\sqrt{k}=1$~~

$m\neq2022$, т.к. тогда $n+\sqrt{k}=1$; $n=\{1\}$ (единственное возможное значение) и $k=0$ (но $k\notin N$) $\Rightarrow m\neq2022$

$m<2023$ $(m<2022)$, т.к. $\sqrt{n+\sqrt{k}}>0$

при $m=2021$ $\sqrt{n+\sqrt{k}}=2 \Leftrightarrow n+\sqrt{k}=4 \quad n=\{1;2;3\} \Rightarrow$

$\Rightarrow$ при $m=2021$ 3 решения

при $m=2020$ $\sqrt{n+\sqrt{k}}=3 \Leftrightarrow n+\sqrt{k}=9 \quad n=\{1,2;\dots,8\} \Rightarrow$

$\Rightarrow$ при $m=2020$ 8 решений

при $m=2019$ $\sqrt{n+\sqrt{k}}=4 \Leftrightarrow n+\sqrt{k}=16 \quad n=\{1,2;\dots,15\} \Rightarrow$

$\Rightarrow$ при $m=2019$ 15 решений

Можно составить таблицу

n	1	2	3
m	2021	2020	2019
кол-во решений Z	3	8	15

и так далее

Выведем формулу для Z. $Z=(n+1)^2-1$ ✓ но формула не доказана

При $m=1$ ~~найдем n~~ $n=2021$ (арифметическая прогрессия с разностью $d=-1$).

$Z_{2021}=(2021+1)^2-1=4088483$

Ответом будет сумма: $3+8+15+\dots+4088483$

Заметим, что разность чисел – это арифметическая прогрессия нечетных чисел с разностью $d=2$, начинающаяся с числа 5

Бланк ответов

Задание 2

Невозможно получить такой многоугольник. Если складывать два выпуклых многоугольника, имеющих центр симметрии (например,

у него нет центра симметрии

равнобедренный треугольник и прямоугольник), то в итоге получиться

неверно

выпуклый многоугольник, тоже имеющий центр симметрии

~~Если складывать~~ Чтобы получить выпуклый многоугольник без центра симметрии, нужно чтобы хотя бы один из двух многоугольников не имел центра симметрии (например, прямоугольник и прямоугольный неравнобедренный треугольник) Следовательно, такого многоугольника не существует.

Ответ: нет.