ИЗУМРУД
ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ

2802119339959

Титульный лист

Направление ☐ информатика ☐ история ☑ математика ☐ обществознание ☐ русский язык ☐ физика ☐ химия

Класс ☐ 8 ☐ 9 ☐ 10 ☑ 11

Фамилия КОЗЛОВА

Имя ПОЛИНА

Отчество ЕВГЕНЬЕВНА

Дата рождения 03 11 2005

Город участия МАГНИТОГОРСК

Аудитория 24

Телефон 89965802921

Дата 27 02 2023 **Подпись** ПКоз

Пример заполнения А Б В Г Д Е Ж З И Й К Л М Н О П Р С Т У Ф Х Ц Ч Ш Щ Ъ Ы Ь Э Ю Я 1 2 3 4 5 6 7 8 9 0

ИЗУМРУД
ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ

2802119339959

Проверочный лист

Заполняется участниками

Направление ☐ информатика ☐ история ☑ математика ☐ обществознание ☐ русский язык ☐ физика ☐ химия

Класс ☐ 8 ☐ 9 ☐ 10 ☑ 11

Город участия МАГНИТОГОРСК

Заполняется организаторами

Количество доп. листов

Количество черновиков к проверке

Время выхода с : до :

Протокол проверки
Заполняется жюри

Номер задания	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Балл члена жюри №1	20	0	0	5	0					
Балл члена жюри №2	20	0	0	17	0					

Номер задания	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
Балл члена жюри №1										
Балл члена жюри №2										

Итоговый балл 31

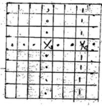
Подпись члена жюри №1 Dloy

Подпись члена жюри №2

Пример заполнения А Б В Г Д Е Ж З И Й К Л М Н О П Р С Т У Ф Х Ц Ч Ш Щ Ъ Ы Ь Э Ю Я 1 2 3 4 5 6 7 8 9 0

Задание №5

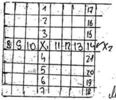
Бланк ответов



Какую бы клетку для ладьи не выбрал Вася, у него ~~быте~~ будет 14 вариантов(*), куда он может переместить ладью

~~Д~~ Когда он переместит ладью у него останется 6 старых вариантов (в ряду или в столбце) и 7 новых (1).

Самая неудачная для Васи расстановка, когда числа минимальны. Предположим, что Васе не повезло и в клетках, в которые он может попасть записаны числа от 1 до 14 (всего 14 чисел).



~~Чтобы соб~~ Наибольшее среди этих чисел — 14. Васе следует сходить в нее. Теперь у него есть выбор среди еще 7 чисел. Так как все числа различны, то ~~минимальными~~ это могут быть только числа >14, Минимальные: 15, 16, 17, 18, 19, 20, 21. Максимальное среди них 21. Для получения максимальной суммы Васе следует сходить в эту клетку. Таким образом, за два хода Вася может гарантированно собрать $14+21=35$.

Так как Вася самостоятельно выбирает клетку из которой он начнет ходить он всегда может выбрать клетку с ~~номер~~ числом 64, независимо от расстановки Пети.

Тогда максимальная сумма, которую гарантированно может получить Вася:

$14+21+64=99$ оценка не верна

Ответ: 99

Задание №1

$a_1 + a_2 + \ldots + a_n = 2021$

$a_i > 10$, палиндром, нат.

2002 + 20 - нет

1991 + 30 - не палиндром — самый большой палиндром

1881 + 140 не пал

1771 + 250 нет

1661 + 360 нет

1551 + 470 нет

1441 + 580 нет

1331 + 690 нет V

1221 + 800 нет

1111 + 910 нет

1001 + 1020

все 4х-значные палиндромы

Проверим, может ли быть два слагаемых:

$999 + 999 = 1998 < 2021$

Самые большие 3х значные палиндромы в сумме дают число < 2021.

Значит, что 4х палиндром в сумме с другим числом должен давать 2021 V

То есть дополнение числа 4х значного палиндрома до 2021, тоже должно быть палиндромом

Среди них нет палиндромов, значит два слагаемых получить нельзя

Попробуем найти пример на три слагаемых

возьмем строку $1331 + 690 = 2021$, и попытаемся разложить число 690 на сумму двух палиндромов

~~Напр~~ $690 = 646 + 44$

646, 44 - удовлетворяют всем условиям =>

=> $\boxed{44 + 646 + 1331 = 2021}$ (! 2021 - не палиндром => 1 слагаемое нельзя получить)

Это значит, что наименьшее кол-во задач, которое мог получить студент = 3

Ответ: 3 задачи.

4

Задание №4

m, n, k - натуральные

$m + \sqrt{n + \sqrt{k}} = 2023$

Бланк ответов

Минимальные значения, что могут принимать $m, n, k = 1$

Минимальное значение $\sqrt{n+\sqrt{k}} = \sqrt{1+\sqrt{1}} = \sqrt{2}$ - нецелое, ближайшее целое значение $\sqrt{4} = 2 \Rightarrow m_{max} = 2023 - 2 = 2021$

m может принимать значения от 1 до 2021

n от 1 до $(2022)^2 - 1$

k от 1 до ~~2021~~^{2} $((2022)^2 - 1)^2$

Т.к n - целое, то $\sqrt{k}$ - тоже цело, значит k - квадрат какого-то числа

Если число n - определено, то $\sqrt{k}$, а соответственно и k определяется однозначным образом

Если $m = 2021$, то $\sqrt{n + \sqrt{k}} = 2 \Rightarrow n + \sqrt{k} = 4$, n может принимать значения от 1 до 3.

$1 + \sqrt{9}$
$2 + \sqrt{4}$
$3 + \sqrt{1}$

Значит будет всего 3 тройки чисел если $m = 2021$

То есть кол-во троек для определенного числа m можно посчитать как $(2023 - m)^2 - 1$. - замечено на частном случае, но не доказано

$m = 2021$, кол. троек - 3

$m = 2020$, троек - 8

$m = 2019$, троек - 15

$\vdots$

$m = 1$, троек 4088483 $(2022^2 = 4088484)$

Общее кол-во троек:

$(2^2 - 1) + (3^2 - 1) + (4^2 - 1) \dots + (2021^2 - 1) + (2022^2 - 1) = 2^2 + 3^2 + 4^2 + 5^2 + \dots 2021^2 + 2022^2 - 2021$

Задание №7 (продолжение) I часть см на следующей странице

Два выпуклых многоугольника с центром симметрии не могут составить выпуклый многоугольник ⇒

Ответ на поставленный вопрос: нет, такого многоугольника не существует неверно

Примечание: ~~ели~~ решение если ~~н~~ у многоугольника кол-во сторон > 4

если нет, то

пример неверный

Задание №2

Если есть два выпуклых многоугольника, имеющих центр симметрии (рис 1), то их каждый из них можно разрезать на две ~~ед.~~ симметричные части. Тогда у нас получится 4 многоугольника одного вида и два другого (рис №2). Тогда можно соединить многоугольники разных видов. Получатся уже два других одинаковых многоугольника (рис 3).

Если их объединить, то получится первоначальный многоугольник (рис 4). А значит у этого многоугольника изначально был центр симметрии => такого многоугольника не существует.

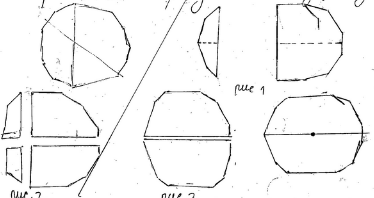


рис 1

рис.2

рис 3

Задание №2

Многоугольник разрезается на две части одной сплошной линией. Из этого следует, что ребро, лежащее напротив этой линии должно быть параллельно и равно этому ребру т.к получилось многоугольник, не треугольник ().

Тогда можно получить, например, такую фигуру с центром симметрии. Однако в этом случае два соединенные многоугольника не могут образовать выпуклый многоугольник, так как оба вырезанных многоугольника - выпуклые

Задание №3

a^2, b^2, c^2, d^2 - арифм прогрессия

$\frac{1}{a+b+c}, \frac{1}{a+b+d}, \frac{1}{a+c+d}, \frac{1}{b+c+d}$ - арифм прогрессия

Пред Если ~~$a^2 + b^2 +$~~ $a \neq b \neq c \neq d$, то $a^2 \neq b^2 \neq c^2 \neq d^2$

Пусть $a < b < c < d$, тогда

$b^2 = a^2 + d$

$c^2 = b^2 + d = a^2 + 2d$

$d^2 = c^2 + d = b^2 + 2d = a^2 + 3d$ ...