ИЗУМРУД
ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ

2802055336035

Титульный лист

Направление ☐ информатика ☐ история ☒ математика ☐ обществознание ☐ русский язык ☐ физика ☐ химия

Класс ☐ 8 ☐ 9 ☐ 10 ☒ 11

Фамилия Ахтариев

Имя Тимур

Отчество Анзорович

Дата рождения 25 06 2005

Город участия Пермь

Аудитория 124

Телефон 89822442089 0

Дата 27 02 2023 **Подпись**

Пример заполнения А Б В Г Д Е Ж З И Й К Л М Н О П Р С Т У Ф Х Ц Ч Ш Щ Ъ Ы Ь Э Ю Я 1 2 3 4 5 6 7 8 9 0

ИЗУМРУД
ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ

2802055336035

Проверочный лист

Заполняется участниками

Направление ☐ информатика ☐ история ☒ математика ☐ обществознание ☐ русский язык ☐ физика ☐ химия

Класс ☐ 8 ☐ 9 ☐ 10 ☒ 11

Город участия Пермь

Заполняется организаторами

Количество доп. листов

Количество черновиков к проверке

Время выхода с : до :

Протокол проверки
Заполняется жюри

Номер задания	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Балл члена жюри №1	14	20	0	0	0					
Балл члена жюри №2	14	20	0	0	0					

Номер задания	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
Балл члена жюри №1										
Балл члена жюри №2										

Итоговый балл 34

Подпись члена жюри №1 Dloaf

Подпись члена жюри №2 [illegible]

Пример заполнения А Б В Г Д Е Ж З И Й К Л М Н О П Р С Т У Ф Х Ц Ч Ш Щ Ъ Ы Ь Э Ю Я 1 2 3 4 5 6 7 8 9 0

Бланк ответов

Задание 1. Ответ: 3

Пример: 1771+ 151+99 V

~~Боль~~ Меньше чисел быть не может. Для того, чтобы получить большое число, суммируя несколько других $n_1+n_2+...n_3$ чисел, эти n_1, n_2, n_3 должны быть максимально большими, чтобы этих $n_1, n_2, n_3 ... n_n$ чисел было меньше. Для этого переберем все возможные палиндромы „сверху" от числа 2021. И посчитаем как получим 2021 в сумме:

2002 + 19(x), 1991+ 30 (x), 1881 +140 (x), 1771+ 250 (V).
99 151

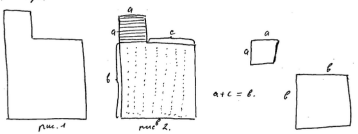
Если мы хотим получить 2021, сложив 2 числа, то одним из ~~слагаемых~~ точно должно быть число-палиндром, оканчивающееся на „1", иначе это число будет слишком маленьким. не доказано Но „2021" также оканчивается на „1", тогда второе слагаемое ~~палиндром~~ должно оканчиваться на „0". Но таких чисел-палиндромов >10 оканчивающихся на „0" нет. Следовательно, нужно еще два числа чтобы их сумма оканчивалась на „0". V

Итак, 2 чисел быть не может. Минимально количество слагаемых 3.

±

Задание 2. Ответ: существует.

Пример:



У фигуры на рис. 1 нет оси симметрии. Поделим этот многоугольник на два квадрата как на рис. 2. Т.к. они квадраты, то у них всегда есть ось симметрии.

+

см. на стр. 2.

Задание 3. Предположим, что числа a, b, c, d различные и все > 0. Тогда их можно упорядочить. Пусть $\underline{a<b<c<d}$.

Рассмотрим арифметическую прогрессию $\frac{1}{a+b+c}, \frac{1}{a+b+d}, \frac{1}{a+c+d}, \frac{1}{b+c+d}$.

Назовем модуль разность двух соседних чисел — α. Тогда:

$$\frac{1}{a+b+c} + \alpha = \frac{1}{a+b+d} \qquad \alpha = \frac{1}{a+b+d} - \frac{1}{a+b+c} = \frac{a+b+c-a-b-d}{(a+b+d)(a+b+c)} = \frac{c-d}{(a+b+d)(a+b+c)}$$

$\Downarrow$ α – отрицательное, т.к. $d>c$.

Значит: $\frac{1}{a+b+c} > \frac{1}{a+b+d} > \frac{1}{a+c+d} > \frac{1}{b+c+d}$.

Рассмотрим арифметическую прогрессию a^2, b^2, c^2, d^2. Т.к. числа различны, значит, квадраты этих чисел также различны. Упорядочим квадраты этих чисел. $a^2<b^2<c^2<d^2$. Пусть разность этой прогрессии — φ. $a^2+\varphi=b^2$, $b^2+\varphi=c^2$, $c^2+\varphi=d^2$

$\underbrace{\varphi=b^2-a^2, \ \varphi=c^2-b^2}_{(1)}$.

$b^2-a^2=c^2-b^2$

$2b^2=a^2+c^2 \Rightarrow b^2=\underline{\frac{a^2+c^2}{2}}$

$\varphi=c^2-b^2 \qquad \varphi=d^2-c^2$

$d^2-c^2=c^2-b^2$

$2c^2=d^2+b^2$

Рассмотрим теперь сумму всех членов прогрессии a^2, b^2, c^2, d^2 — S_1.

$S_1=\frac{a^2+d^2}{2}\cdot 4=2a^2+2d^2$

$2a^2+2d^2=a^2+b^2+c^2+d^2$

$a^2+d^2=b^2+c^2 \qquad \boxed{c^2=a^2+d^2-b^2}$

$b^2=a^2+d^2-c^2$

Но в то же время $b^2=\frac{a^2+c^2}{2}$

$a^2+d^2-c^2=\frac{a^2+c^2}{2}$

$2a^2+2d^2-2c^2=a^2+c^2$

$a^2=-2d^2+3c^2=2b^2-c^2$

$-2d^2+3c^2=2b^2-c^2$

$2b^2+2d^2-4c^2=0$

$b^2+d^2=2c^2$

Также $c^2=a^2+d^2-b^2$

$2c^2=2a^2+2d^2-2b^2=b^2+d^2$

$2a^2+d^2-3b^2=0$

$b^2=a^2+d^2-c^2$

$b^2=\frac{2a^2+d^2}{3}$

$a^2+d^2-c^2=\frac{2a^2+d^2}{3}$

$3a^2+3d^2-3c^2=2a^2+d^2$

$a^2+2d^2=3c^2$

$S_1=2a^2+2d^2$

Значит: $a^2+2d^2+a^2=3c^2+a^2=S_1$

$3c^2+a^2=S_1$

Значит: $3c^2=c^2+b^2+d^2=c^2+a^2+d^2-c^2+d^2$
a^2+2d^2

$3b^2=2a^2+d^2$

$3c^2=a^2+2d^2$

$3a^2=6b^2-3c^2$ не доказано

Данный пример существует только при $a=b=c=d$.

Если $a=b=c=d$, то все условия выполняются. $\varphi=0$, $\alpha=0$, прогрессии постоянны.

Бланк ответов

Задание 5. Найдем ~~ср.~~ S – сумму всех очков:

$S = \frac{1+64}{2} \cdot 64 = 65 \cdot 32 = 2080$

Среднее арифметическое всех очков: $\frac{2080}{64} = 32,5$.

Т.к. сумма очков за 3 хода – целое число => Вася гарантированно может получить 32 очка.

Ответ: 32 очка.

можно больше

—

Задание 4.

$k \geq 1$

$n + \sqrt{k} > 1$

$m \in (m + \sqrt{k};\ 2023 - m + \sqrt{k})$

$\sqrt{n+\sqrt{k}} \in \mathbb{N}$

$\sqrt{k} \in \mathbb{N}$

При этом $k, n, m \in \mathbb{N}$.

~~$k \in [1; 44]$, т.к. 44^2~~

$\sqrt{k} \in [1; 44]$, т.к. $44^2 = 1936$, $45^2 = 2025$ (перебор).

Для которого k будет n, который будет удовлетворять условиям. Будет такое n, что $\sqrt{n+\sqrt{k}} \in \mathbb{N}$ и m, что $m + \sqrt{n+\sqrt{k}} \in \mathbb{N}$.

Ответ: 44.

их больше

—