ИЗУМРУД
ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ

2802820470114

Титульный лист

Направление	☐ информатика ☐ история ■ математика ☐ обществознание ☐ русский язык ☐ физика ☐ химия
Класс	☐ 8 ☐ 9 ☐ 10 ■ 11
Фамилия	ПАСЕЧНИК
Имя	ИВАН
Отчество	АНДРЕЕВИЧ
Дата рождения	20 03 2006
Город участия	ЕКАТЕРИНБУРГ
Аудитория	513
Телефон	+79279726455
Дата	27 02 2023
Подпись	

Пример заполнения А Б В Г Д Е Ж З И Й К Л М Н О П Р С Т У Ф Х Ц Ч Ш Щ Ъ Ы Ь Э Ю Я 1 2 3 4 5 6 7 8 9 0

ИЗУМРУД
ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ

2802820470114

Проверочный лист

Заполняется участниками

Направление ☐ информатика ☐ история ☒ математика ☐ обществознание ☐ русский язык ☐ физика ☐ химия

Класс ☐ 8 ☐ 9 ☐ 10 ☒ 11

Город участия ЕКАТЕРИНБУРГ

Заполняется организаторами

Количество доп. листов 1 Количество черновиков к проверке

Время выхода с : до :

Протокол проверки
Заполняется жюри

Номер задания	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Балл члена жюри №1	20	0	20	8	0					
Балл члена жюри №2	20	0	20	8	0					

Номер задания	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
Балл члена жюри №1										
Балл члена жюри №2										

Итоговый балл 48

Подпись члена жюри №1 **Подпись члена жюри №2**

Пример заполнения А Б В Г Д Е Ж З И Й К Л М Н О П Р С Т У Ф Х Ц Ч Ш Щ Ъ Ы Ь Э Ю Я 1 2 3 4 5 6 7 8 9 0

Задача №1

Предположим слагаемых 2 (1 быть не может, т.к. 2021 не палиндром):

Пусть первое слагаемое двузначное $\overline{xx}$

$2021 - \overline{xx}$ = палиндром.

~~Всегда~~ x не $=0$, т.к иначе $\overline{xx} < 10$

если $x = 1 \Rightarrow 2021 - 11 = 2010$ – не палиндром

если $x > 1$:

$$\begin{array}{r} 2021 \\ - \quad xx \\ \hline 19\ 11{-}x\ 11{-}x \end{array}$$

$2021 - \overline{xx} = \overline{19(11-x)(11-x)}$, чтобы это число было палиндромом $11-x = 1$ и $11-x = 9$

невозможно

Тогда пусть первое слагаемое будет трехзначное: так как при вычитании любого трехзначного числа из 2021 первая цифра будет 1, то и трехзначное число должно начинаться и заканчиваться ~~ваться 0: $\overline{1x1}$~~ ~~при $x \le 2$:~~ ~~$2021 - \overline{1x1} = 19(2-x)0$~~ заканчиваться на 0. т.к на конце числа 2021 находится 1, и $1-0=1$.

Тогда трехзначное число $= \overline{0x0}$, однако это двузначное число $\Rightarrow$ невозможно.

Пусть первое слагаемое будет четырехзначным: тогда второе слагаемое тоже четырехзначное, ~~четырехзначное палин~~ оценка

т.к. двузначного и трехзначного быть не может (см. выше)

их знач палиндромы в порядке возрастания:

1001 при 1 слагаемом 1001 : $2021 - 1001 = 1010$ – не палиндром

1111 при 1 слагаемом 1111 : $2021 - 1111 = 910$ – трехзначное и невозможно ✓

1221
1331
... } тоже невозможно

Таким образом не может быть 2 слагаемых.

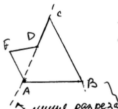
Для 3х слагаемых можно придумать пример: +

$2021 = 111 + 909 + 1001$ пример

Ответ: наименьшее кол-во задач 3, т.к. для 2ух слагаемых невозможно, а для 3х - возможно.

Задание №2

Ответ: да, существует:



есть многоугольник ABCDF, такой что $\angle ABC = \angle BCA = \angle DFA = \angle FAC = 60°$ и $AB = BC = AC$ и $FD = AF = AD$

Этот многоугольник не имеет центра симметрии, но если его разрезать по прямой AC, то получится 2 равносторонних треугольника имеющих

← линия разреза

центр симметрии.

У треугольника нет центра симметрии

Задание №3

a^2, b^2, c^2, d^2 - арифм прогрессия с шагом x:

$d^2 = c^2 + x = b^2 + 2x = a^2 + 3x$

$c^2 = b^2 + x = \frac{b^2+d^2}{2} = \frac{b^2+b^2+2x}{2} = b^2 + x$

$b^2 = a^2 + x = \frac{a^2+c^2}{2} = \frac{a^2+a^2+2x}{2} = a^2 + x$

$\cancel{\frac{1}{a+b+c} + x}$

$$\frac{1}{a+b+c} + 3t = \frac{1}{a+b+d} + 2t = \frac{1}{a+c+d} + t = \frac{1}{b+c+d}$$

1)

$$\frac{1}{a+c+d}-\frac{1}{a+b+d}=\frac{1}{a+b+d}-\frac{1}{a+b+c}$$

$$\frac{(a+b+d)-(a+c+d)}{(a+c+d)(a+b+d)}=\frac{(a+b+c)-(a+b+d)}{(a+b+d)(a+b+c)}$$

$$\frac{b-c}{a+c+d}=\frac{c-d}{a+b+c}$$

$$ab+b^2+bc-ac-bc-c^2=ac+c^2+cd-ad-cd-d^2$$

$$ab+b^2+ad+d^2=2ac+2c^2$$

$$\frac{ab+ad}{2}+\underbrace{\frac{b^2+d^2}{2}}_{=c^2}=ac+c^2$$

$$\boxed{\frac{b+d}{2}=c}\ \checkmark$$

2)

$$\frac{1}{b+c+d}-\frac{1}{a+c+d}=\frac{1}{a+c+d}-\frac{1}{a+b+d}$$

$$\frac{(a+c+d)-(b+c+d)}{(b+c+d)(a+c+d)}=\frac{(a+b+d)-(a+c+d)}{(a+c+d)(a+b+d)}$$

$$\frac{a-b}{b+c+d}=\frac{b-c}{a+d+b}$$

$$a^2+ab+ad-ab-b^2-bd=b^2+bc+bd-bc-c^2-cd$$

$$a^2+ad+c^2+cd=2b^2+2bd$$

$$\underbrace{\frac{a^2+c^2}{2}}_{=b^2}+\frac{ad+cd}{2}=b^2+bd$$

$$\boxed{\frac{a+c}{2}=b}\ \checkmark$$

3) $\dfrac{1}{a+b+c} = \dfrac{1}{3b}$

$\dfrac{1}{a+b+d} = \dfrac{1}{a+2c} = \dfrac{1}{4b-a}$ √

$\dfrac{1}{a+c+d} = \dfrac{1}{2b+d} = \dfrac{1}{5b-2a}$ √

$\dfrac{1}{5b-2a} - \dfrac{1}{4b-a} = \dfrac{1}{4b-a} - \dfrac{1}{3b}$

$\dfrac{4b-a-(5b-2a)}{(5b-2a)(4b-a)} = \dfrac{3b-(4b-a)}{(4b-a)(3b)}$

$\dfrac{a-b}{5b-2a} = \dfrac{a-b}{3b}$

$3b = 5b - 2a$

$2a = 2b$

$\boxed{a = b}$

$\Downarrow$

$b = \dfrac{b+c}{2}$

$2b = b+c \Rightarrow \boxed{b = c} \Rightarrow \dfrac{a=b=c=d}{\text{чтд.}}$ +

$2c = b+d = c+d \Rightarrow \boxed{d = c}$

Задание №5

Чтобы максимизировать сумму Вася должен выбирать клетки с наибольшим значением. Поэтому ~~пер~~ первой клеткой ему нужно выбрать клетку с числом 64. т.к. Ладья ходит в горизонтали и вертикали. Помимо клетки с номером 64 у Васи есть 14 вариантов куда сходить вторым ходом. Так как есть минимум 14 вариантов, то максимальное гарантированное значение в клетке куда Вам может сходить = 14. Третьим ходом у Вас останется только 7 вариантов куда сходить, т.к во второй ход он выбрал максимальное число из возможных в горизонтале и вертикале. А ~~он~~ из доступных 14 вариантов, 7 будут не максимальные. Поэтому из доступных новых 7 вариантов гарантировано что найдется ~~число 21~~ клетка с числом 21. ← это максимально возможное гарантированное, т.к. ~~поэтому~~ мы могли выбрать из 7 клеток а так предварительно проверив еще 14.

Тогда ответ $64 + 14 + 21 = 89$

Ответ: ~~89~~ 89 Можно больше

Задание №4.

при определенном $\sqrt{n+\sqrt{k}}$, так - определение однозначно.

~~$45^2 = 2025$~~

~~$\sqrt{n+\sqrt{k}} = x < 45$~~

$\sqrt{n+\sqrt{k}} \leq 2022$, т.к $m \geq 1$, $m \in N$

$n+\sqrt{k} \leq 2022^2$

$n+\sqrt{k} \leq 4088484$

$\sqrt{k} \leq 4088483$, т.к. $n \geq 1$, $n \in N$

$k \leq 4088483^2$

k - любое число ~~та~~, такое что $k \geq 1$, $k \leq 4088483^2$

$\sqrt{k} \in N$

n - ~~???~~ такое что $n \leq 2022^2 - \sqrt{k}$, $n \geq 1$, $n \in N$

$\sqrt{n+\sqrt{k}} \in N$

~~$k+\sqrt{k}$ может~~

Дополнительный лист 2

~~все~~

$n+\sqrt{k}$ - может принимать значение $\in\{2^2, 3^2, 4^2 \dots, 2022^2\}$

то есть 2021 вариант $\{1^2$ не может, т.к. $n \geq 1$ и $k \geq 1^2$ $\Downarrow$ $n+\sqrt{k} \geq 2\}$

$\sqrt{k}$ - ~~в~~ может принимать значение $\{1, 2, 3, 4 \dots 2022^2-1\}$

если определено $\sqrt{k}$, то k однозначно ~~определено~~ определено.

k - может принимать значение $\{1, 4, 9, 16, 25, \dots, (2022^2-1)^2\}$

~~k может принимать значения $\in\{$~~

для каждого значение $\sqrt{k}$, n может принимать

2021 значение для $\sqrt{k}=1$

2021 значений для $\sqrt{k}=2$

2021 значение для $\sqrt{k}=3$

$\sqrt{k}<4 \Rightarrow k<16$

2020 значение для $\sqrt{k}=4$

2020 значение для $\sqrt{k}\geq 4, \sqrt{k}\leq 8$

$\sqrt{k}<9 \Rightarrow k<81$

$k<225$

тогда будем определять значение k, как ~~до~~

и до x^2 это значит, что $k \geq (x-1)^2$ и $k < x^2$

тогда получается таким образом для такого k

$2022-x+1=2023-x$ варианта определить n.

x принимает значение от 2 до 2022.

~~всего~~ x однозначно определяется через k.

а k принимает значение 2022^2-1 значение

всего вариантов

Ответ: $(2022^2-1)\cdot\frac{2021+1}{2}=(2022^2-1)\cdot\frac{2022}{2}=4133456313$

Неверно

−