ИЗУМРУД
ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ

2802055477835

Титульный лист

Направление
- [ ] информатика
- [ ] история
- [x] математика
- [ ] обществознание
- [ ] русский язык
- [ ] физика
- [ ] химия

Класс [x] 8 [ ] 9 [ ] 10 [ ] 11

Фамилия БЕЛАЛЫ

Имя АЛЕКСАНДР

Отчество СЕРГЕЕВИЧ

Дата рождения 12 12 2007

Город участия ЕКАТЕРИНБУРГ

Аудитория 315

Телефон +79025873599

Дата 02 27 2023 **Подпись**

Пример заполнения А Б В Г Д Е Ж З И Й К Л М Н О П Р С Т У Ф Х Ц Ч Ш Щ Ъ Ы Ь Э Ю Я 1 2 3 4 5 6 7 8 9 0

ИЗУМРУД
ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ

2802055477835

Проверочный лист

Заполняется участниками

Направление ☐ информатика ☐ история ■ математика ☐ обществознание ☐ русский язык ☐ физика ☐ химия

Класс ■ 8 ☐ 9 ☐ 10 ☐ 11

Город участия Е К А Т Е Р И Н Б У Р Г

Заполняется организаторами

Количество доп. листов

Количество черновиков к проверке

Время выхода с : до :

Протокол проверки
Заполняется жюри

Номер задания	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Балл члена жюри №1	20	0	20	0	0					
Балл члена жюри №2	20	0	20	0	0					

Номер задания	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
Балл члена жюри №1										
Балл члена жюри №2										

Итоговый балл 40

Подпись члена жюри №1

Подпись члена жюри №2

Пример заполнения А Б В Г Д Е Ж З И Й К Л М Н О П Р С Т У Ф Х Ц Ч Ш Щ Ъ Ы Ь Э Ю Я 1 2 3 4 5 6 7 8 9 0

Бланк ответов

Задание 1.

Да, можно. Пример.

9	2	7
1	3	5
8	4	6

$9+2+7=18 \vdots 9$ $\quad$ $9+1+8=18 \vdots 9$

$1+3+5=9 \vdots 9$ $\quad$ $2+3+4=18 \vdots 9$

$8+4+6=18 \vdots 9$ $\quad$ $7+5+6=18 \vdots 9$

+

Ответ: да, можно

Задание 3.

Варианты смены времени на 1 минуту.

1) Десятки и единицы часов, а также десятки минут не меняются. Меняются только единицы минут. $\overline{X_1X_2} : \overline{X_3a}$ и $\overline{X_1X_2} \cdot \overline{X_3\,a+1}$. Тогда a может быть 0, 3, 6 и 8. Тогда всего подходящих под условия вариантов равно $24 \cdot 6 \cdot 4 = 576$, где 24 - кол-во часов, 6 - кол-во десятков минут, 4 - кол-во a.

2) Десятки и единицы часов не меняются. Меняются десятки и единицы минут $\overline{X_1X_2} \cdot \overline{a\,9}$ и $\overline{X_1X_2} : \overline{a+1\;0}$ (смена десятков минут возможна только тогда, когда в единицах минут переход через разряд, т.е. $9+1=10$). Тогда a может быть 0 и 3. Тогда всего вариантов равно $24 \cdot 2 = 48$, где 24 - кол-во часов, 2 - кол-во a.

3). Десятки часов не меняются. Меняются все остальные разряды $\overline{X_1a} : \overline{59}$ и $\overline{X_1\,a+1} : \overline{00}$ (смена единиц часов возможна тогда и только тогда, когда в десятках минут переход через разряд, т.е. $5+1=6$). Тогда a может быть 0 и 6. Тогда всего вариантов равно $3 \cdot 1 + (3-1) \cdot 1 = 5$ (При $a=0$, $X_1 = 0$ или 1 или 2, при $a=6$, $X_1 = 0$ или 1).

4) Меняются все разряды. По аналогии с предыдущими пунктами время имеет вид $\overline{a\,9} : \overline{59}$ и $\overline{a+1\;0} \cdot \overline{00}$. Тогда a может быть 0. Тогда всего вариантов 1.

В сумме вариантов времени равно $576 + 48 + 5 + 1 = 630$.

+

Ответ: 630

Задание 4

Сумма натуральных чисел равна $\frac{6n(6n+1)}{2} = 3n(6n+1) = 18n^2+3n$

~~Все числа на доске представимы в виде $k\cdot 6n+1$, $k\cdot 6n+2$, $k\,6n+3$, $k\cdot 6n+4$, $k\cdot 6n+5$,~~

Все числа на доске представимы в виде $6k+1$, $6k+2$, $6k+3$, $6k+4$, $6k+5$, $6(k+1)$, где k - целое неотрицательное число. Заметим, что числа вида $6k+1$ и $6k+5$ не делятся на 2 и 3 ($6k \vdots 2$, $6k \vdots 3$, $1 \not\vdots 2$, $1 \not\vdots 3$, $5 \not\vdots 2$, $5 \not\vdots 3$), поэтому такие числа будут умножаться на 6. Также в каждом множестве чисел $6k+1, 6k+2, 6k+3, 6k+4, 6k+5, 6(k+1)$ есть по одному числу каждого вида => чисел вида $6k+1$ столько же, сколько и $6k+5$

не допущено после деления получать нецелые числа

Заметим, что для каждого числа $6k+1$ есть число $6k+5$ такое, что их сумма равна $6n$.

И вправду, $6\cdot 0+1$ и $6\cdot(n-1)+5 = 6(n-1)+5+1 = 6(n-1)+6 = 6(n-1+1) = 6n$

И так далее. Таких пар будет ровно n штук. Тогда их сумма равна $6n\cdot n = 6n^2$.

После умножения на 6 их сумма равна $36n^2$.

Сравним $36n^2$ и $18n^2+3n$.

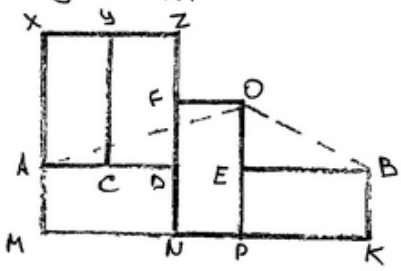
$18n^2$ и $3n$

$6n$ и 1

По усл. $n \geq 1$ => $6n > 1$ => $18n^2 > 3n$ => $36n^2 > 18n^2+3n$ => сумма всех полученных чисел не может совпасть с суммой исходных чисел

Ответ: нет, не могла

Задание 2.



Дано: 5 равных прямоугольника

Найти: $\angle AOB$

Решение:

1) $AD = AC + CD = AC + AC = 2AC$ => отношение сторон прямоугольников равно 2 1 => $BE : OE = 2\ 1$,

$AE : OE = AD + DE : OE = 3DE\ OE = 3 : 1$

2) $tg\,\angle EOB = \frac{BE}{OE} = \frac{2}{1} = 2$ => $\angle EOB = 65^\circ$ неверно

3) $tg\,\angle AOE = \frac{AE}{OE} = \frac{3}{1} = 3$ => $\angle AOE = 70^\circ$ неверно

4) $\angle AOB = \angle AOE + \angle EOB = 65^\circ + 70^\circ = 135^\circ$

Ответ: $\angle AOB = 135^\circ$

Задание 5.

Если у числа остаток

- 0, то из него можно перебить к числу с остатком 6 или 4 или 2
- 1, то из него можно перебить к числу с остатком 6 или 5 или 3
- 2, то из него можно перебить к числу с остатком 6 или 0.
- 3, то из него можно перебить к числу с остатком 0 или 2
- 4, то из него можно перебить к числу с остатком 5 или 1
- 5, то из него можно перебить к числу с остатком 2
- 6, то из него можно перебить к числу с остатком 5 или 3 или 2.

Заметим, что на каждом ходу вычитается из числа не более 6 ~~[illegible]~~.

Таким образом, выигрывает второй игрок, ~~[illegible]~~ так как он может подстроиться под первого игрока

Не доказано

Бланк ответов