ИЗУМРУД
ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ

2802440355080

Титульный лист

Направление ☐ информатика ☐ история ☒ математика ☐ обществознание ☐ русский язык ☐ физика ☐ химия

Класс ☐ 8 ☐ 9 ☐ 10 ☒ 11

Фамилия КУДРЯВЦЕВ

Имя ЭДУАРД

Отчество СЕРГЕЕВИЧ

Дата рождения 25 03 2005

Город участия КАЛИНИНГРАД

Аудитория КЛУБ

Телефон 89214038938

Дата 27 02 2023 **Подпись**

Пример заполнения А Б В Г Д Е Ж З И Й К Л М Н О П Р С Т У Ф Х Ц Ч Ш Щ Ъ Ы Ь Э Ю Я 1 2 3 4 5 6 7 8 9 0

ИЗУМРУД
ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ

2802440355080

Проверочный лист

Заполняется участниками

Направление ☐ информатика ☐ история ☒ математика ☐ обществознание ☐ русский язык ☐ физика ☐ химия

Класс ☐ 8 ☐ 9 ☐ 10 ☒ 11

Город участия КАЛИНИНГРАД

Заполняется организаторами

Количество доп. листов

Количество черновиков к проверке

Время выхода с : до :

Протокол проверки

Заполняется жюри

Номер задания	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Балл члена жюри №1	20	20	20	0	–					
Балл члена жюри №2	20	20	10	0	–					

Номер задания	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
Балл члена жюри №1										
Балл члена жюри №2										

Итоговый балл 55

Подпись члена жюри №1

Подпись члена жюри №2

Пример заполнения А Б В Г Д Е Ж З И Й К Л М Н О П Р С Т У Ф Х Ц Ч Ш Щ Ъ Ы Ь Э Ю Я 1 2 3 4 5 6 7 8 9 0

Задание 3

Так как a^2, b^2, c^2, d^2 образуют арифметическую прогрессию, $b^2-a^2=c^2-b^2=d^2-c^2$, аналогично

$$\frac{1}{a+b+d}-\frac{1}{a+b+c}=\frac{1}{a+c+d}-\frac{1}{a+b+d}=\frac{1}{b+c+d}-\frac{1}{a+c+d}=D$$

$$\frac{1}{a+b+d}-\frac{1}{a+b+c}=\frac{1}{a+c+d}-\frac{1}{a+b+d}$$

$$\frac{a+b+c-a-b-d}{(a+b+d)(a+b+c)}=\frac{a+b+d-b-c-d}{(b+c+d)(a+b+d)}$$

$$\frac{c-d}{(a+b+c)}=\frac{a-c}{(b+c+d)}$$

$$(c-d)(b+c+d)=(a-c)(a+b+c)$$

$$bc+c^2+cd-bd-cd-d^2=a^2+ab+ac-ac-bc-c^2$$

$$c^2+bc-bd-d^2=a^2+ab-bc-c^2$$

$$2c^2+2bc=a^2+ab+bd+d^2$$

$$\frac{1}{a+c+d}-\frac{1}{a+b+d}=\frac{1}{b+c+d}-\frac{1}{a+c+d}$$

$$\frac{a-c}{(b+c+d)(a+b+d)}=\frac{a-b}{(b+c+d)(a+c+d)}$$

$$(a-c)(a+c+d)=(a-b)(a+b+d)$$

$$a^2+ac+ad-ac-c^2-cd=a^2+ab+ad-ab-b^2-bd$$

$$a^2+ad-cd-c^2=a^2+ad-bd-b^2$$

$c^2-b^2=bd-cd$ неверно

$$\frac{1}{a+b+d}-\frac{1}{a+b+c}=\frac{1}{a+c+d}-\frac{1}{a+b+d}$$

$$\frac{\cancel{a+b}+c-\cancel{a}-\cancel{b}-d}{\cancel{(a+b+d)}(a+b+c)}=\frac{\cancel{a}+b+\cancel{d}-\cancel{a}-c-\cancel{d}}{(a+c+d)\cancel{(a+b+d)}}$$

$$\frac{c-d}{a+b+c}=\frac{b-c}{a+c+d} \checkmark$$

$(c-d)(a+c+d)=(b-c)(a+b+c)$

$ac+c^2+\cancel{cd}-ad-\cancel{cd}-d^2=ab+b^2+\cancel{bc}-ac-\cancel{bc}-c^2$

$ac+c^2-ad-d^2=ab+b^2-ac-c^2$

$ac-ad-(d^2-c^2)=ab-ac-(c^2-b^2)$,

т.к. $d^2-c^2=c^2-b^2$

$\checkmark$ $ac-ad=ab-ac \mid :a$

$c-d=b-c$

$d-c=c-b$, то $d^2-c^2=c^2-b^2$

$\begin{cases} d^2-c^2=c^2-b^2 \\ d-c=c-b \end{cases}$ $\begin{cases} (d-c)(d+c)=(c-b)(c+b) \Rightarrow \\ d-c=c-b \end{cases}$ Если $c-b\neq 0$

$d+c=b+c$, $b=d$ $\checkmark$

$d^2-c^2=c^2-b^2$

$d^2+b^2=2c^2$

$2d^2=2c^2 \Rightarrow c=d$, т.к. $c>0$, $d>0$ по усл.,

отсюда $b=c$ $\checkmark$

$b^2-a^2=c^2-b^2$

$b^2-a^2=c^2-c^2$

$b^2-a^2=0$

$b^2=a^2$

$b=a$ Значит $a=b=c=d$, ч.т.д.

+

Задание 1.

Так как 2021 не является палиндромом, нельзя составить 1 слагаемое в примере.
Рассмотрим случай с двумя слагаемыми.
Рассмотрим сумму $\overline{aba}+\overline{cdc}$, максимально возможная для них: $999+999=1998<2021$, т.е. слагаемые не должны оба быть меньше 1000. ✓
Рассмотрим комбинацию $\overline{abba}+\overline{cdc}$

$1000a+100b+10b+a+100c+10d+c=2021$

$1001a+110b+101c+10d=2021$

При $a>2$ ЛЧ >3000, не подходит.

При $a=2$

$2002+110b+101c+10d=2021$

$110b+101c+10d=19$ При любом $b>0$ или $c>0$ ЛЧ >100, при любом $d>0$ ЛЧ $\not\equiv 9 \pmod{10}$
т.е. ЛЧ $\neq 19$

При $a=1$

$1001+110b+101c+10d=2021$

$110b+101c+10d=1020$

При любом $0<c\leq 9$ ЛЧ $\not\vdots\, 10$, но ~~ПЧ⋮~~ ПЧ $\vdots\, 10$,
и т.е. $c=0$, но тогда $\overline{cdc}$ не палиндром.
и пусть $d=0$. А почему не найдется подходящих?
Рассмотрим комбинацию $\overline{abba}+\overline{cc}$

$1000a+100b+10b+a+10c+c=2021$

$1001a+110b+11c=2021$

При a > 1 не удовл. не док.

При a = 1

$1061 + 110b + 11c = 2021$

$110b + 11c = 1020$

$1020 \not\vdots 11$; ЛЧ $\vdots 11$ не подходит.

Расм. комбинацию $\overline{abba} + \overline{cddc}$

$1000a + 100b + 10b + a + 1000c + 100d + 10d + c = 2021$

$1001(a+c) + 110(b+d) = 2021$

При $a + c > 2$ не удовл., т.к. ЛЧ > 3000, зн. минимум возможен только тогда, когда $a = c = 1$

$2002 + 110(b+d) = 2021$

$110(b+d) = 19$ ЛЧ $\vdots 10$; ПЧ $\not\vdots 10$ не удовл.

При ситуации $\overline{abcdcba} + \overline{xy}$ число будет > 2021, зн. 2 слагаемых составить невозможно.

Рассмотрим сумму $1001 + 313 + 707 \overset{v}{=} 2021$

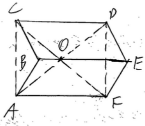
Верная, удовлетворяет условию задачи.

Значит, минимальное число слагаемых равно 3, а значит и количество задач.

Ответ: 3

+

Задание 2



Да, рассмотрим пример, изображённый на рисунке. Невыпуклый многоугольник ABCDEF не имеет центра симметрии, докажем что

По построению ACDF – прям-к; ABEF и BCDE – равные пар-мы гр. Центр симметрии ACDF – точка пересечения диагоналей (O). По построению $O \in BE$, однако $BO \neq OE$, зн. точки C; D; F A имеют центр симметрии, а точки B и E не могут быть симметричны относительно, зн. ABCDEF не имеет центра симметрии,

Однако, когда мы разбиваем ABCDEF на 2 пар-ма-гр ABEF и BCDE, они оба имеют центр симметрии в точке пересечения их диагоналей.

Ответ: да.

+

Задание 4

$m+\sqrt{n+\sqrt{k}}=2023$

$\sqrt{n+\sqrt{k}}=2023-m$

Т.к. $k, n > 0$ и $k > 0$, минимальное значение для $\sqrt{n+\sqrt{k}} = 2$

Т.к. $m > 0$ ~~необход~~ и $\sqrt{n+\sqrt{k}} \geq 2$

$2 \leq 2023 - m \leq 2022$, следовательно существует 2021 возможное значение m, а значит и

неверно

2021 решений для $\sqrt{n+\sqrt{k}}=2023-m$

Пусть $k=x^2$, ~~так как $k \in A$ каждому значению x~~, при этом $x>0$, т.е. одному значению k соответствует 1 значение x.

Если для $n+x$ существует 2021 возможная пара, тогда всего может быть 4042 различные комбинации n и x, а значит и троек n, k, m

Ответ: 4042