ИЗУМРУД
ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ

2802333399506

Титульный лист

Направление ☐ информатика ☐ история ■ математика ☐ обществознание ☐ русский язык ☐ физика ☐ химия

Класс ☐ 8 ☐ 9 ☐ 10 ■ 11

Фамилия П Е Т Р Е Н Е В

Имя А Л Е К С А Н Д Р

Отчество Ю Р Ь Е В И Ч

Дата рождения 3 0 0 3 2 0 0 5

Город участия Н И Ж Н И Й Т А Г И Л

Аудитория 3 1 4

Телефон 8 9 1 2 6 6 5 1 3 1 6

Дата 2 7 0 2 2 0 2 3 **Подпись** Петренев

Пример заполнения А Б В Г Д Е Ж З И Й К Л М Н О П Р С Т У Ф
Х Ц Ч Ш Щ Ъ Ы Ь Э Ю Я 1 2 3 4 5 6 7 8 9 0

ИЗУМРУД
ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ

2802333399506

Проверочный лист

Заполняется участниками

Направление ☐ информатика ☐ история ■ математика ☐ обществознание ☐ русский язык ☐ физика ☐ химия

Класс ☐ 8 ☐ 9 ☐ 10 ■ 11

Город участия НИЖНИЙ ТАГИЛ

Заполняется организаторами

Количество доп. листов

Количество черновиков к проверке

Время выхода с : до :

Протокол проверки
Заполняется жюри

Номер задания	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Балл члена жюри №1	20	0	0	18	0					
Балл члена жюри №2	20	0	0	12	0					

Номер задания	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
Балл члена жюри №1										
Балл члена жюри №2										

Итоговый балл 35

Подпись члена жюри №1

Подпись члена жюри №2

Пример заполнения А Б В Г Д Е Ж З И Й К Л М Н О П Р С Т У Ф Х Ц Ч Ш Щ Ъ Ы Ь Э Ю Я 1 2 3 4 5 6 7 8 9 0

Задание 1.

Наименьшее количество задач — 3.

Заметим, что можно создать пример на три палиндрома: $1771 + 99 + 151 = 2021$. Теперь докажем, почему меньше задач получить нельзя.

2021 не палиндром, 1й задачей не обойтись, тогда проверим две.

Заметим, что 999 — наибольший палиндром меньше 1000. $999 \cdot 2 < 2000$. Отсюда следует, что присутствует хотя бы один палиндром больше 1000. Он может принадлежать промежутку (1000; 2000) или это 2002.

Но $2021 - 2002 = 19$, а 19 не палиндром.

Тогда палиндром свыше 1000 принадлежит промежутку (1000; 2000).

Заметим, что он выглядит так: $\overline{1aa1}$.

Но тогда, если вычесть из 2021 этот палиндром, то получится какое-то число с 0 на конце, но если это палиндром, то первая цифра тоже 0, но это невозможно.

Отсюда следует, что получить меньше трех задач невозможно.

Задание 5.

Заметим, что мы точно можем ~~это~~ гарантированно выбрать два числа, на которые попадет Вася. 1-е, на которое он ставит ладью, а 2-е, на которое он попадает, перемещая ладью второй раз.

Заметим, что ладья может двигаться по вертикали и по горизонтали. Отсюда, первым ходом мы ~~вы~~ можем выбрать любую строку или столбец. Пусть интересующее нас поле, ~~кроме второго пере~~

на которое мы попадем после второго перемещения ладьи не находится в исходной строке или столбце. Тогда первым перемещением мы можем изменить либо вертикаль либо горизонталь, как и ~~первым~~ вторым перемещением. Но тогда мы за два перемещения можем поместить ладью в поле, заведомо выбранное ранее. Пусть 1е поле 64, а последнее 63, тогда первым перемещением ставим ладью на поле с наибольшим значением из двух возможных, как минимум это 2, отсюда следует, что максимальная гарантированная сумма $64+63+2=129$.

Большую гарантированную сумму получить нельзя. Очевидно, что 1м ходом мы всегда берем 64. мы можем попытаться набрать сумму большую 65, но мы не можем гарантировать наличие чисел, таких, что сумма будет больше. Приведем пример: Пусть последним ходом мы попадаем в число, меньшее 63, но Петя расставил числа так, что сумма двух любых других не превышает 65. Тогда стратегия с попаданием на 63 остается выигрышной.

~~Расставим наибольшие числа~~ ~~64~~

Ответ: 129 ~~наоборот~~ оценка не верна

Задание 4

Заметим, что в $m+\sqrt{n+\sqrt{k}}=2023$.

$0<m<2023$

$0<n<(2023-m)^2$.

При этом, при конкретно взятом m из $m\in(0;2023)$, мы можем взять $n\in(0;(2023-m)^2)$, тогда k определяется однозначно.

Для $m=1$. $\sqrt{n+\sqrt{k}}=2022$ $n+\sqrt{k}=2022^2$ $n\in(0;2022^2)$, отсюда следует, что для $m=1$ можно взять 2022^2-1 число n, что k определяется однозначно

Рассмотрим также и иные значения m.

$m=2.$ $\sqrt{n+\sqrt{k}}=2021$ $n+\sqrt{k}=(2021)^2$ $0<n\le 2021^2$

для n можем выбрать 2021^2-1 значений.

...

$m=2021$ $\sqrt{n+\sqrt{k}}=2.$ $n+\sqrt{k}=4$ $0<n<4$ $n\in(0;4)$ для n 2^2-1 значений

$m=2022$ $\sqrt{n+\sqrt{k}}=1.$ $n+\sqrt{k}=1$ $\varnothing$ формула верная

Отсюда $2022^2-1+2021^2-1+\ldots+2^2-1=2022^2+\ldots+2^2-2022$ троек.

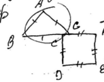
Заметим, что для каждого n каждое k различно, так же для других троек m различны, тогда тройки разные.

Иначе всего троек $2023\cdot2021+2022\cdot2020+2021\cdot2019+\ldots+$ $+4\cdot2+3\cdot1$. сумма не досчитана

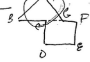
Задание 2. ∓

Заметим, что после разрезания мы получаем фигуру, являющуюся правильным многоугольником. Значит изначальная фигура должна состоять из правильных многоугольников, но не иметь центра симметрии. Отсюда, центры симметрии двух многоугольников не должны совпадать, очевидно, да существует.

Пример



→ композиция из правильного треугольника и квадрата.



треугольник не имеет центра симметрии

Задание 3.

Пусть без ограничения общности $0<a\le b\le c\le d$, $a^2<b^2<c^2<d^2$ тогда, пусть.

$$\begin{cases} a^2 + x = b^2 \\ b^2 + x = c^2 \\ c^2 + x = d^2; \\ \frac{1}{a+b+c} + y = \frac{1}{a+b+d} \\ \frac{1}{a+b+d} + y = \frac{1}{a+c+d} \\ \frac{1}{a+c+d} + y = \frac{1}{b+c+d} \end{cases}$$

Заметим, что $\frac{1}{a+b+c} + 3y = \frac{1}{b+c+d}$.

$(1+3y(a+b+c)) = \cancel{b+}\ \frac{a+b+c}{b+c+d}$, однако заметим,

что $(1+3y(a+b+c)) > 0$, ~~тем более~~ $\cancel{(1+3y(a+b+c)) \geq 1}$.

т.к. a, b, c, d больше 0.

$a<b<c<d$, тогда $\frac{a+b+c}{b+c+d} \leq 1$.

$(1+3y(a+b+c)) \leq 1$. $3y(a+b+c) \leq 0$. $y \leq 0$

$$\begin{cases} \frac{1}{b+c+d} - \frac{1}{a+b+d} = \frac{1}{a+c+d} - \frac{1}{a+b+c} \\ \frac{1}{a+b+d} - \frac{1}{a+b+c} = \frac{1}{b+c+d} - \frac{1}{a+c+d} \end{cases}$$

$\frac{\cancel{a+b+d-b-c-d}}{(b+c+d)(a+b+d)} = \frac{a+b+c-a-c-d}{(a+c+d)(a+b+c)}$

$\frac{a+b+c-a-b-d}{(a+b+d)(a+b+c)} = \frac{a+c+d-b-c-d}{(b+c+d)(a+c+d)}$

$$\begin{cases} \frac{a-c}{b-a} = \frac{(b+c+d)(a+b+d)}{(a+c+d)(a+b+c)} \\ \frac{c-d}{a-b} = \frac{(a+b+d)(a+b+c)}{(b+c+d)(a+c+d)} \end{cases}$$ ...

Бланк ответов