ИЗУМРУД
ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ

2802508354914

Титульный лист

Направление ☐ информатика ☐ история ☒ математика ☐ обществознание ☐ русский язык ☐ физика ☐ химия

Класс ☐ 8 ☐ 9 ☐ 10 ☒ 11

Фамилия	ЧИРКОВА
Имя	МАРИЯ
Отчество	АЛЕКСАНДРОВНА
Дата рождения	06 02 2006
Город участия	КАЛИНИНГРАД
Аудитория	КЛУБ
Телефон	89154691799

Дата 27 02 2023 **Подпись**

Пример заполнения А Б В Г Д Е Ж З И Й К Л М Н О П Р С Т У Ф Х Ц Ч Ш Щ Ъ Ы Ь Э Ю Я 1 2 3 4 5 6 7 8 9 0

ИЗУМРУД
ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ

2802508354914

Проверочный лист

Заполняется участниками

Направление ☐ информатика ☐ история ☒ математика ☐ обществознание ☐ русский язык ☐ физика ☐ химия

Класс ☐ 8 ☐ 9 ☐ 10 ☒ 11

Город участия КАЛИНИНГРАД

Заполняется организаторами

Количество доп. листов

Количество черновиков к проверке

Время выхода с 11:29 до 11:32

Протокол проверки

Заполняется жюри

Номер задания	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Балл члена жюри №1	20	20	0	15	0					
Балл члена жюри №2	20	20	0	15	0					

Номер задания	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
Балл члена жюри №1										
Балл члена жюри №2										

Итоговый балл 55

Подпись члена жюри №1

Подпись члена жюри №2

Пример заполнения А Б В Г Д Е Ж З И Й К Л М Н О П Р С Т У Ф Х Ц Ч Ш Щ Ъ Ы Ь Э Ю Я 1 2 3 4 5 6 7 8 9 0

Задание 5.

Вася гарантированно может выбрать первое число. Если он хочет получить ~~миним~~ максимальный результат, то выбирать нужно 64, ведь второй выбор не обязательно получится максимальным, и гарантированную 64 он может забрать. Дальше рассматриваем худший для Васи вариант – вариант где все числа, на которые он может пойти следующим ходом, минимальные из возможных. То есть – от 1 до 14. (тк одну клетку и в ряду и в столбце занимает 64.) Пример:

-	-	-	-	-	8	-	-
					9		
					10		
1	2	3	4	5	64	6	7
					11		
					12		
					13		
					14		

Разницы от того, где стоит 64 нет, в любом случае у нее будет 14 клеток для второго хода. Мы видим, что третьим ходом мы можем выбрать любую клетку, кроме тех 14, на которые ~~уже~~ есть возможность встать на втором ходу. Следовательно, третье число Вася так же выбирает сам и может выбрать большее ⇒ Если среди тех 14 возможных ходов не было клетки „63", то третьим ходом Вася гарантированно может попасть в нее. То есть, минимально он может гарантированно получить $64+63+X$. Если „63" доступна на втором ходу, то Вася ходит на нее и получает те же гарантированные $64+63+X$. Найдем гарантированное X. Каждая клетка доски может быть доступна после второго хода (кроме 14 клеток второго ход и изходной) и пробивается с двух позиций: по вертикали и по горизонтали. ⇒ Если "63" не доступна во второй ход, то добраться до нее можно через две доступные клетки. В минимальной и худшей для Васи ситуации ситуации этими клетками будут „1" и "2" ⇒ Вася выбирает большую и гарантированно получает $64+63+2=129$. При условии, что 63 доступна на второй

ход, Вася выбирает большую из возможных в третий ход, но тк мы не можем гарантировать такой исход максимальная гарантированная сумма = 129.
Тк Вася гарантированно может выбрать 64 и 63 за три хода, не имеет смысл выбирать другие ~~комбинации~~, потому что результат второго ~~хода~~ мы никак гарантировать не можем, а значит выбирая максимальный гарант.

Ответ: 129 оценка не верна

Задание 1. Пойдем от обратного будем искать минимум. Сделаем через ~~оценку~~ оценку + пример.
Оценка: Получить одну задачку нельзя, так как 2021 — не палиндром ⇒ невозможна одна задачка.

Попробуем получить через сумму двух палиндромов. Мы замечаем что минимум один из двух палиндромов должен быть ~~равен~~ больше 1000. Тк 2021:2 > 1000. И не больше двух тысяч, тк возможные палиндромы в нашей ситуации должны быть меньше 2021 и больше двух тысяч ⇒ 2002, но 2021 - 2002 = 19. А 19 не палиндром. То есть один из двух палиндромов точно будет больше 1000 и меньше 2000. Следовательно, он будет начинаться на 1, а значит и заканчиваться на 1, тк палиндром. То есть первый ~~палиндром~~ в таком случае ~~равен~~ имеет вид 1XX1. Но нам нужно получить 2021. Это число заканчивается на 1, то есть после сложения первого и второго палиндрома на конце должно получиться 1. А такое возможно только если второй палиндром будет заканчиваться ~~число заканчиваться~~ на 0.

Но у нас палиндром, а палиндром не может заканчиваться на 0, т.к. не может ~~на~~ него начинаться. Следовательно, получить 2021 из суммы двух палиндромов невозможно.

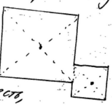
Далее идет три палиндрома. Это уже возможно.
Пример: 1001 + 616 + 404 ✓

$$\begin{array}{r} 1001 \\ +\ 616 \\ +\ 404 \\ \hline 2021 \end{array}$$

И того, я доказал, что меньше трех задач получить нельзя и привела пример, как можно получить три задачи.

Ответ: Студент может получить три задачи

Задание 2. В задании не сказано, что ~~многоугольник до~~ исходный многоугольник должен быть выпуклым, поэтому да, такой многоугольник существует: Пример:



И разбивается на два квадрата.
~~Как~~ Выделено разделение. Известный факт, что цент симметрии у квадрата есть, поэтому после разделения эти многоугольники будут иметь центр симметрии. Но очевидно нет, т.к. квадраты разных размеров и фигура не может перейти сама в себя симметрично. Еще и линия соединения не дает провести даже осевую симметрию.

Задание 4.

Из корня мы можем получить любое натуральное число, тк всегда есть квадрат этого числа. То есть возможна любая подстановка числа на место m в диапазоне $m \in (0; 2023)$, тк всегда будет возможность получить необходимое число из корня еще и с разными комбинациями. Узнаем, сколько всего комбинаций возможно.

$m \neq 0$, тк 0 — не натуральное число. ⇒ Мы не можем подставить $m=0$; $m=2023$; $m=2022$, тк $m=0$, 0 — не натуральное

$m=2023 \Rightarrow \sqrt{n+\sqrt{k}}=0$, но тогда $n=0$ и $k=0$, а 0 — не натуральное.

$m=2022 \Rightarrow \sqrt{n+\sqrt{k}}=1$, ⇒ либо k, либо n равен 0. тк натуральные числа.

Следовательно, начинаем отсчет с $m=2021$. Рассмотрим вариантов: (под корнем должно быть 4)

m	n	k
2021	3	1
2021	2	4
2021	1	9

⇒ 3 варианта

но гораздо больше

Другой вариант $m=2020$. Под корнем должно быть 9.

m	n	k
2020	8	1
2020	7	4
2020	6	9
2020	5	16
2020	4	25
2020	3	36
2020	2	49
2020	1	64

⇒ 8 вариантов.

Прослеживается закономерность, что варианты зависят от квадрата числа, которое нужно добавить к n для получения результата. А именно

$2023 - m = x \quad (x^2-1)$ — число вариаций.

тк из $\sqrt{k}$ и $\sqrt{n+\sqrt{k}}$ мы можем получить любое число, то должны для каждого рассматривать все комбинации из натуральных чисел.

Это логично, тк мы рассматриваем все значения в интервале $(x;0)$ для n, исключаем x и 0, тк в 1 случае $k=0$, а во втором $n=0$. Поэтому начинаем с $x-1$.

В итоге вариантов будет: $\boxed{(2^2-1)+(3^2-1)+(4^2-1)\ldots\ldots+(2022^2-1)}$ сумма не досчитана

Именно на (2022^2-1) и заканчивается, т.к. если корень будет давать 2023, то $m=0$, а 0 - не натуральное.

Думаю, посчет не нужен, т.к. 2021 слогаемое в общий вид:

$$\boxed{\text{Ответ: } (2^2-1)+(3^2-1)+(4^2-1)+\ldots+(2021^2-1)+(2022^2-1)}$$

Задание 3

Т.к. $\frac{1}{a+b+c}$; $\frac{1}{a+b+d}$; $\frac{1}{a+c+d}$; $\frac{1}{b+c+d}$ => арифметическая последовательность

$\Rightarrow \frac{1}{a+b+d}-\frac{1}{a+b+c}=x$

$\frac{a+b+c-a-b-d}{(a+b+d)(a+b+c)}=x$

$\frac{c-d}{(a+b+d)(a+b+c)}=x$

$\frac{1}{a+c+d}-\frac{1}{a+b+d}=x$

$\frac{a+b+d-a-c-d}{(a+b+d)(a+c+d)}=x$

$\frac{b-c}{(a+b+d)(a+c+d)}=x$

$\frac{c-d}{(a+b+d)(a+b+c)}=\frac{b-c}{(a+b+d)(a+c+d)}$

$(c-d)(a+c+d)=(b-c)\underline{(a+c+d)}$ $(a+b+c)$

$ac+c^2+\cancel{cd}-da-\cancel{dc}-d^2=ba+b^2+\cancel{bc}-ca-\cancel{cb}-c^2$

$2ac+2c^2-d^2-b^2-2ba=0$

$2ac+2c^2-c^2-y-c^2+y-2ba=0$

$2ac-2ba=0$

$2a(c-b)=0 \Rightarrow a=0$ или $(c-b)=0$

Мы знаем, что a^2, b^2, c^2, d^2 - арифм. прогрессия

$\Rightarrow d^2=c^2+y$

$b^2=c^2-y$

Подставляем

Но по условию, a,b,c,d - положительные $\Rightarrow$

$(c-b)=0. \Rightarrow c=b$

-//- считаем другие.

$\frac{1}{b+c+d}-\frac{1}{a+c+d}=x$

$\frac{a+c+d-b-\cancel{a}^{c}-d}{(b+c+d)(a+c+d)} = x$

$\frac{a-\cancel{d}\,b}{(b+c+d)(a+c+d)} = x$

и далее неверно

$\Rightarrow$

$$\frac{b-c}{(a+b+d)(a+c+b)} = \frac{a-d}{(b+c+d)(a+\cancel{c}+d)}$$

$$(b-c)(b+c+d) = (a-d)(a+b+d)$$

$$b^2+\cancel{bc}+bd-\cancel{cb}-c^2-cd = a^2+ab+ad+\cancel{da}-bd-d^2$$

$$b^2-c^2-a^2+d^2+\cancel{bd}-\cancel{cd}-ab+bd=0$$ Мы знаем, что $c=b$

$$-a^2+d^2-ab+bd=0$$

$$(d-a)(d+a)+b(d-a)=0$$

$$\cancel{(d-a)(d+a)}\;(d-a)(d+a+b)=0$$

1бр $d-a=0$

2бр $d+a+b=0$

2бр не возможен, тк числа положительные по условию

$\Rightarrow$ 1бр $\Rightarrow$ $d-a=0 \Rightarrow$ $d=a$

И считаем последнее.

Пусть $c=b=t$

$d=a=u$

не доказано

$$\frac{c-d}{(a+b+d)(a+b+c)} = \frac{a-b}{(b+c+d)(a+c+d)}$$

$$\frac{t-u}{(2u+t)(2t+u)} = \frac{u-t}{(2t+u)(2u+t)}$$

$$t-u=u-t$$

$$2t-2u=0$$

$$2(t-u)=0$$

$t=u \Rightarrow$ $c=b=d=a$. чтд.