ИЗУМРУД
ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ

2802119109359

Титульный лист

Направление ☐ информатика ☐ история ☒ математика ☐ обществознание ☐ русский язык ☐ физика ☐ химия

Класс ☐ 8 ☐ 9 ☐ 10 ☒ 11

Фамилия Быков

Имя Данил

Отчество Алексеевич

Дата рождения 04 11 2005

Город участия Екатеринбург

Аудитория А3

Телефон 89022777180

Дата 27 02 2023 **Подпись**

Пример заполнения А Б В Г Д Е Ж З И Й К Л М Н О П Р С Т У Ф Х Ц Ч Ш Щ Ъ Ы Ь Э Ю Я 1 2 3 4 5 6 7 8 9 0

ИЗУМРУД
ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ

2802119109359

Проверочный лист

Заполняется участниками

Направление ☐ информатика ☐ история ☒ математика ☐ обществознание ☐ русский язык ☐ физика ☐ химия

Класс ☐ 8 ☐ 9 ☐ 10 ☒ 11

Город участия Екатеринбург

Заполняется организаторами

Количество доп. листов

Количество черновиков к проверке

Время выхода с : до :

Протокол проверки

Заполняется жюри

Номер задания	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Балл члена жюри №1	20	–	–	20	0					
Балл члена жюри №2	20	–	–	20	0					

Номер задания	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
Балл члена жюри №1										
Балл члена жюри №2										

Итоговый балл 40

Подпись члена жюри №1

Подпись члена жюри №2

Пример заполнения А Б В Г Д Е Ж З И Й К Л М Н О П Р С Т У Ф Х Ц Ч Ш Щ Ъ Ы Ь Э Ю Я 1 2 3 4 5 6 7 8 9 0

Бланк ответов

№4

Рассмотрим возможные суммы чисел дающие 2023
Очевидно что это суммы: $1+2022$

$2+2021$

$\dots$

$2021+2}$

$2022+1$

Заметим что последняя сумма нам не подойдет т.к. $\sqrt{n+\sqrt{k}}=1 \Rightarrow n+\sqrt{k}=1 \Rightarrow$ или n или $k=0$, однако 0 не натуральное число, что противоречит условию. Рассмотрим случай когда $\sqrt{n+\sqrt{k}}=2022$ $(n=1)$ тогда $n+\sqrt{k}=2022^2$, очевидно что 2022^2 можно представить в виде суммы двух чисел: $1+(2022^2-1)$

$2+(2022^2-2)$

$\dots$

$(2022^2-2)+2$

$(2022^2-1)+1$

То есть при $n=1$, пар n и k в уравнении будет 2022^2-1 (т.к. в каждом значении $\sqrt{k}$ соответствует ровно одно значение k)
Рассмотрим случай $m=2$, $\sqrt{n+\sqrt{k}}=2021 \Rightarrow$ аналогично предыдущему случаю количество пар n и $k=2021^2-1$
Аналогично при $m=3$ кол-во пар n и $k=2020^2-1$ и так далее до $m=2021$.

Таким образом получается что при $m=1$ у нас 2022^2-1 решений, при $m=2$, 2021^2-1 решений и так далее. Следовательно общ. кол-во решений суммы количества решений при всех возможных m.
Пусть L – кол-во решений. Тогда: $L=(2022^2-1)+(2021^2-1)+\dots+(3^2-1)+(2^2-1)+(1^2-1)=$
$2^2+3^2+\dots+2021^2+2022^2-2021=1^2+2^2+3^2+\dots+2021^2+2022^2-2022=$
$=\frac{1}{6}\cdot 2022\cdot(2022+1)\cdot(2022\cdot 2+1)-2022=337\cdot 2023\cdot 4045-2022=$

$$\begin{array}{r} \times\ 2023 \\ 337 \\ \hline 14161 \\ 6069\ \ \\ 6069\ \ \ \\ \hline 681751 \end{array} \qquad \begin{array}{r} \times\ 4045 \\ 681751 \\ \hline 4045 \\ 20225\ \ \\ 28315\ \ \ \\ 4045\ \ \ \ \\ 32360\ \ \ \ \ \\ 24270\ \ \ \ \ \ \\ \hline 2757682795 \end{array}$$

$2757682795-2022=2757680773$

Ответ: 2757680773

+

№1 Заметим что пример $909+1001+111=2021 \Rightarrow$ поскольку 1001 и 909 и 111 натуральные, палиндромы и больше 10, то можно получить три задачи на зачет. Докажем что меньше задач получить нельзя,

поскольку в сумме больше одного слагаемого, а пример на три слагаемых есть, необходимо доказать что невозможно получить 2021 складывая два палиндрома.

Предположим такое разложение на два палиндрома возможно. Тогда один из них обязательно четырехзначный (т.к. сумма наибольших трехзначных чисел $999+999=1998<2021$) ✓

Поскольку палиндром не может оканчиваться на 0, то 1 на конце суммы можно получить в том случае если сумма последних цифр слагаемых равна 11.

11 можно получить складывая: $2+9$, $3+8$ ... $8+3$, $9+2$.

Замети что четырехзначное число может оканчиваться только на 2, иначе оно превышало бы $3000 \Rightarrow > 2021$. (т.к. число палиндром начинается с той же цифры, которой и заканчивается). Тогда очевидно, что одним из слагаемых будет 2002 (любое другое оканчивающееся двойкой будет превышать 2021). Но тогда второе слагаемое должно оканчиваться на 9 (что бы получить 1 на конце суммы) и оно должно превышать 10. Наименьшим натуральным палиндромом, которое оканчивается на 9 (больше 10) является 99, но $2002+99=2101>2021 \Rightarrow$ ✓ получить 2021 как сумму двух натур. палиндромов больших 10 невозможно $\Rightarrow$ наименьшее возможное это три числа, пример в начале. Ответ: 3

+

№5

7							21
6							20
5							19
4							18
3							17
2							16
1							15
64	8	9	10	11	12	13	14

Если нужно максимальную сумму то Васе будет выгодное начать с клетки с числом 64. Предположим что Петя специально поставил числа один из углов т.к. если фигуры стоит в углу, то у неё будет гораздо меньше количество возможных клеток => и числа в итоговой сумме меньше. На рисунке я буду показывать свои действия. Расставим числа от 1 до 14 согласно всем клеткам которые доступны для фигуры. Число 14 является максимальным из возможных и в то же время максимальным гарантированным; то есть сходит под 64 ⇒ 14   64+14=78. Т.к. 14 стоит в углу и для него также возможно только два направления, но одному направлений ~~и~~ он не найдет максимального гарантированного (по которому он прошёлся), то значит он идет ~~все~~ второе доступное. Расставив числа, мы видим что максимально гарантированное и возможное это 21 => под пойдет именно в него => ~~64+14~~ 64 ⇒ 14 ⇒ 21 ⇒

64+14+21= 99 – максимально гарантированное число

Ответ: 99 Можно больше