ИЗУМРУД
ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ

2802863432163

Титульный лист

Направление ☐ информатика ☐ история ■ математика ☐ обществознание ☐ русский язык ☐ физика ☐ химия

Класс ☐ 8 ☐ 9 ☐ 10 ■ 11

Фамилия ДАНИЛЮК

Имя МАРИЯ

Отчество ОЛЕГОВНА

Дата рождения 22 03 2006

Город участия УФА

Аудитория 01

Телефон 89252322321

Дата 27 02 2023 **Подпись**

Пример заполнения А Б В Г Д Е Ж З И Й К Л М Н О П Р С Т У Ф Х Ц Ч Ш Щ Ъ Ы Ь Э Ю Я 1 2 3 4 5 6 7 8 9 0

ИЗУМРУД
ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ

2802863432163

Проверочный лист

Заполняется участниками

Направление ☐ информатика ☐ история ■ математика ☐ обществознание ☐ русский язык ☐ физика ☐ химия

Класс ☐ 8 ☐ 9 ☐ 10 ■ 11

Город участия УФА

Заполняется организаторами

Количество доп. листов

Количество черновиков к проверке

Время выхода с 13:10 до 13:15

Протокол проверки
Заполняется жюри

Номер задания	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Балл члена жюри №1	0	20	0	5	–					
Балл члена жюри №2	0	20	0	19	–					

Номер задания	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
Балл члена жюри №1										
Балл члена жюри №2										

Итоговый балл 32

Подпись члена жюри №1

Подпись члена жюри №2

Пример заполнения А Б В Г Д Е Ж З И Й К Л М Н О П Р С Т У Ф Х Ц Ч Ш Щ Ъ Ы Ь Э Ю Я 1 2 3 4 5 6 7 8 9 0

№1.

$S = \frac{a_1 + a_n}{2} \cdot n$

$S = 2021$

$(a_1 + a_n) \cdot n = 2021 \cdot 2 = 4042$

делители 4042: $\{2; 2021\}$.
Соответственно, количество задачи (n) либо наибольшее (2021), либо наименьшее (2), т.к. сколько слагаемых (=n), столько и задач.
[кол-во задач - целое число].

Ответ: наименьшее количество задач = 2. Пример?

№4.

$m + \sqrt{n + \sqrt{k}} = 2023.$

$\begin{cases} m, n, k \geq 1. \\ m, n, k \in \mathbb{Z}. \end{cases}$

Попробуем составить комбинации:

① $m + \sqrt{4}$:

k	1	4	9
n	3	2	1
m	2021	2021	2021

3 комбинации.

② $m + \sqrt{9}$:

k	1	4	9 .. 64
n	8	7	6 .. 1
m	2020	2020	2020 .. 2020

8 комбинаций.

③ $m + \sqrt{16}$:

k	1	4 .. 225
n	15	14 .. 1
m	2019	2019 .. 2019

15 комбинаций.

$n \in [1; 2022^2 - 1]$.

$m \in [2021; 1]$.

ⓧ $m + \sqrt{2022^2}$ ~~= 2023~~:

k	1	4 .. 2021^2
n	2022^2-1	2022^2-2 .. 1
m	1	1 .. 1

$(2022^2 - 1)$ комбинаций.

~~Получается, нам нужно сложить количество всех комбинаций — „троек".~~

~~1) При первом подсчете получаем 3 комб., при втором — 8 комб., при третьем — 15 комб., при последнем — (2022^2-1) комб.~~

неверно

Получается, кол-во комбинаций $= (2022^2-1) = 4088483$.

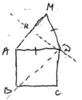
∓

Ответ: 4088483.

№2.

Представим возможную фигуру:

[Важно, чтобы у ее составляющих были центр симметрии].

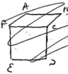


1.) $\triangle ADM$ - равнобедренный ($AD=MD$).
Линия симметрии проходит через высоту DH.

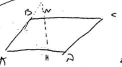
2.) $ABCD$ - квадрат.
Линия симметрии проходит через BD.

При этом фигура - многоугольник $AMDCB$ не имеет центра симметрии. Значит, такая фигура существует.

Представим еще один подобный многоугольник:



~~2) ABCD - параллелограмм~~

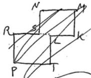


1.) $ABCD$ - параллелограмм.
Проведем прямую NH ($N \in BC$, $H \in AD$) так, что $AB = CD = NH$, ~~а ABNH и~~

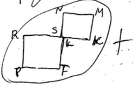
2.) $ABNH$ и $CDHN$ ~~правильные~~ - равнобокие трапеции. Линия симметрии у такой транельзя существует : она проходит через середины оснований.

Получается, многоугольник, не имеющий центра симметрии, который можно разделить на 2 выпуклых многоугольника, имеющих центр симметрии существует.

Приведем еще один пример:



1) RSNMKLTP — многоугольник, составленный с помощью ~~того~~ присоединения квадратов. Он не имеет центра симметрии, но квадраты имеют.



Ответ: да.

Или это прямоугольник:

Не имеет центра симметрии, но его можно разделить на 2 квадрата, и они будут иметь центр симметрии.

№3.

$$\frac{\left(\frac{1}{a+b+c}+\frac{1}{b+c+d}\right)\cdot 4}{2}=\frac{1}{a+b+c}+\frac{1}{a+b+d}+\frac{1}{a+c+d}+\frac{1}{b+c+d}$$

$$2\left(\frac{1}{a+b+c}+\frac{1}{b+c+d}\right)=\frac{1}{a+b+c}+\frac{1}{a+b+d}+\frac{1}{a+c+d}+\frac{1}{b+c+d}$$

$$\frac{1}{a+b+c}+\frac{1}{b+c+d}+\cancel{\frac{1}{a+b+c}}+\cancel{\frac{1}{b+c+d}}=\cancel{\frac{1}{a+b+c}}+\frac{1}{a+b+d}+\frac{1}{a+c+d}+\cancel{\frac{1}{b+c+d}}$$

$$\frac{1}{a+b+c}+\frac{1}{b+c+d}=\frac{1}{a+b+d}+\frac{1}{a+c+d} \quad \Big| \cancel{(a+b+c)(b+c+d)}$$

$$\cancel{a+}\ \frac{b+c+d+a+b+c}{(b+c+d)(a+b+c)}=\frac{a+c+d+a+b+d}{(a+b+d)(a+c+d)}.$$

$$\frac{(a+b+c+d)+b+c}{(b+c+d)(a+b+c)}=\frac{(a+b+c+d)+a+d}{(a+b+d)(a+c+d)}.$$

При этом
$(a^2+d^2)\cdot 2=a^2+b^2+c^2+d^2$
$a^2+d^2=b^2+c^2.$

$$\frac{a+b+c+d}{(b+c+d)(a+b+c)}+\frac{b+c}{(b+c+d)(a+b+c)}=\frac{a+b+c+d}{(a+b+d)(a+c+d)}+\frac{a+d}{(a+b+d)(a+c+d)}.$$

$$(a+b+c+d)\left(\frac{1}{(b+c+d)(a+b+c)}-\frac{1}{(a+b+d)(a+c+d)}\right)=\frac{a+d}{(a+b+d)(a+c+d)}-\frac{b+c}{(b+c+d)(a+b+c)}.$$

Продвижений нет