



**ИЗУМРУД**  
ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ



2802248334808

### Титульный лист

Направление  информатика  история  математика  
 обществознание  русский язык  физика  
 химия

Класс  8  9  10  11

Фамилия НЕЧАЕВА

Имя ЗАРИНА

Отчество МИРЗОЗОНОВНА

Дата рождения 28 04 2005

Город участия НОВОУРАЛЬСК

Аудитория 323

Телефон 89521346328

Дата 27 02 2023      Подпись

Пример заполнения А Б В Г Д Е Ж З И Й К Л М Н О П Р С Т У Ф  
Х Ц Ч Ш Щ Ъ Ы Ь Э Ю Я 1 2 3 4 5 6 7 8 9 0



### Проверочный лист

Заполняется участниками

Направление  информатика  история  математика  
 обществознание  русский язык  физика  
 химия

Класс  8  9  10  11

Город участия **НОВОУРАЛЬСК**

Заполняется организаторами

Количество доп. листов \_\_\_\_\_ Количество черновиков к проверке \_\_\_\_\_

Время выхода с \_\_\_\_\_ : \_\_\_\_\_ до \_\_\_\_\_ :

### Протокол проверки

Заполняется жюри

Номер задания	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Балл члена жюри №1	7	20	0	-	0					
Балл члена жюри №2	7	20	0	-	0					
Номер задания	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
Балл члена жюри №1										
Балл члена жюри №2										

Итоговый балл **27**

Подпись члена жюри №1



Подпись члена жюри №2



Пример заполнения

А Б В Г Д Е Ж З И Й К Л М Н О П Р С Т У Ф  
 Х Ц Ч Ш Щ Ъ Ы Ь Э Ю Я 1 2 3 4 5 6 7 8 9 0



Задача № 1.

$$a_1 + a_2 + \dots + a_n = 2021.$$

- Условие: • все слагаемые больше 10;  
 • все слагаемые - натуральные числа;  
 • все слагаемые являются палиндромами.

Запишем все возможные слагаемые:

11, 22, 33, 44, 55, 66, 77, 88, 99, 111, 222, 333, 444, 555, 666, 777, 888, 999, 1111. **Это не все**

1111 - максимальное возможное слагаемое, так как  $2222 > 2021$ .

~~Чтобы найти наименьшее количество слагаемых, нужно найти минимальное количество слагаемых, чтобы сумма была равна 2021.~~

Чтобы найти наименьшее количество слагаемых, найдем с самого большого слагаемого по значению возможное слагаемое: ~~1111~~

~~1111~~

~~1111~~

~~$$1111 + a_1 + \dots + a_n = 2021$$~~

$$1111 + a_1 + \dots + a_n = 2021.$$

$$a_1 + \dots + a_n = 910.$$

Следующий по величине слагаемый не подойдет, так как: ~~999~~  
 $999 > 910$ .

Берем следующий: ~~888~~

Представим в сумму: ~~1111 + 888~~

$$a_1 + \dots + a_n + 888 = 910$$

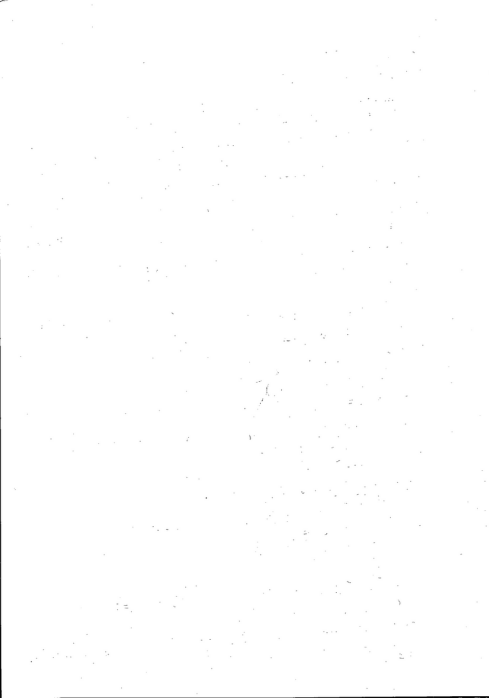
$$a_1 + \dots + a_n = 22$$

22 - один из возможных слагаемых.

Проверим:  $22 + 888 + 1111 = 1999 + 22 = 2021 = ?$

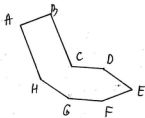
Вне того, чтобы получить 2021 в результате сложения 3-х слагаемых, которые будут являться палиндромами, можно, в сумме 10 и при этом будут являться палиндромами. 1

Ответ: 3



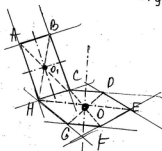
Задача №2.

Да. Планш многоугольник существует:



ABCDEFGH - выпуклый многоугольник.  
У него нет центра симметрии.

Поднимем многоугольник ABCDEFGH. Получим:



Дополнительное построение:  
каждым т.Н и т.С.

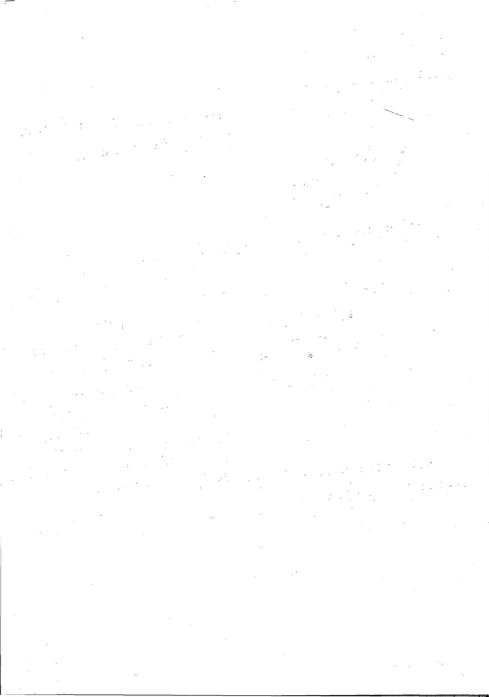
Два выпуклых многоугольника:  
ABCH и CDEFGH.

Проведем диагонали в обеих фигурах.  
Также проведем вертикальную и  
горизонтальную ось симметрии.  
Обе фигуры симметричны  $\Rightarrow$   
обе фигуры имеют центр симметрии.  
Все фигуры имеют центр симметрии.

Для ABCH - это точка  $O_1$ , а для  
CDEFGH - это точка  $O$ .

Ответ: да, существует.

+



Задача № 5.

Самые большие возможные числа: 64, 63, 62

Самые большие возможные числа: 64, 63, 62  
 Самая большая сумма состоит из самых больших чисел в таблице, то есть:  $64 + 63 + 62 = 189$  — так как в тех же числах в тех же отношениях.

Ответ: 189.

Задача № 3.

$$\left. \begin{aligned} \frac{1}{a+b+c} &, \frac{1}{a+b+d} &, \frac{1}{a+c+d} &, \frac{1}{b+c+d} \end{aligned} \right\} a^2, b^2, c^2, d^2$$

Выразим  $k$  через формулу:  $a_n = a_1 + (n-1)k$

$$k = \frac{a_n - a_1}{n-1}$$

$$k = \frac{\frac{1}{a+b+d} - \frac{1}{a+b+c}}{2-1} = \frac{a+b+c - a-b-d}{(a+b+d)(a+b+c)} = \frac{c-d}{a^2 \cdot ab + ac + ba + b^2 + bc + da + db + cd}$$

$$= \frac{c-d}{(a+b)^2 + ac + bc + da + db + dc}$$

$$k = \frac{1}{a+c+d} - \frac{1}{a+b+d} = \frac{a+b+d - a-c-d}{(a+b+d)(a+c+d)} = \frac{b-c}{(a+b+d)(a+c+d)}$$

$$= \frac{b-c}{a^2 + ab + ad + ca + cb + cd + ad + db + d^2} = \frac{b-c}{(a+d)^2 + ab + ac + cb + cd + bd}$$

Как выразим  $k$ :  $\frac{b-c}{(a+d)^2 + ab + ac + cb + cd + bd} = \frac{c-d}{(a+b)^2 + ac + bc + da + db + cd}$

$$(b-c)((a+b)^2 + ac + bc + da + db + cd) = (c-d)((a+d)^2 + ab + ac + cb + cd + bd)$$

Продвижение нет



