ИЗУМРУД
ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ

2802564355218

Титульный лист

Направление	☐ информатика	☐ история	☒ математика
	☐ обществознание	☐ русский язык	☐ физика
	☐ химия		

Класс ☐ 8 ☐ 9 ☐ 10 ☒ 11

Фамилия УШАКОВА

Имя АЛЕКСАНДРА

Отчество ЮРЬЕВНА

Дата рождения 25 07 2005

Город участия КАЛИНИНГРАД

Аудитория КЛУБ

Телефон 89520561672

Дата 27 02 2023 **Подпись**

Пример заполнения А Б В Г Д Е Ж З И Й К Л М Н О П Р С Т У Ф
Х Ц Ч Ш Щ Ъ Ы Ь Э Ю Я 1 2 3 4 5 6 7 8 9 0

ИЗУМРУД
ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ

2802564355218

Проверочный лист

Заполняется участниками

Направление ☐ информатика ☐ история ☒ математика ☐ обществознание ☐ русский язык ☐ физика ☐ химия

Класс ☐ 8 ☐ 9 ☐ 10 ☒ 11

Город участия КАЛИНИНГРАД

Заполняется организаторами

Количество доп. листов

Количество черновиков к проверке

Время выхода с : до :

Протокол проверки
Заполняется жюри

Номер задания	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Балл члена жюри №1	7	20	0	0	0					
Балл члена жюри №2	7	20	0	0	0					

Номер задания	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
Балл члена жюри №1										
Балл члена жюри №2										

Итоговый балл 27

Подпись члена жюри №1

Подпись члена жюри №2

Пример заполнения А Б В Г Д Е Ж З И Й К Л М Н О П Р С Т У Ф Х Ц Ч Ш Щ Ъ Ы Ь Э Ю Я 1 2 3 4 5 6 7 8 9 0

Задание 1.

$a_1 + a_2 + \ldots + a_n = 2021$

Удвопетворяющее всем условиям ($a_i > 10$, a_i – палиндром) наименьшее число 11.

Наибольшим возможным палиндромом в данном случае является число 1111. неправда

поскольку число 1888 (и другие подобные числа) не являются палендромами. не доказано. рассмотрены не все способы получения

Тб, следовательно наименьшее возможное количество задач равно 2. Однако, для того чтобы сложив в 2021 2 числа получить 2021, используя при этом максимальный возможный палендром 1111 к нему необходимо добавить число 910, а оно не является палиндромом => 2 задачи ученик получить не мог.

В случае если мы используем 3 палендрома, сумма которых равняется 2021 мы можем использовать следующий ряд чисел:

$1111 + 888 + 22 = 2021$

=> следовательно, минимальное количество задач, которое может получить ученик равно 3.

∓

Ответ: 3

Задание 3.

По условию задачи арифметическая прогрессия состоит из следующих членов:

$a_1 = \frac{1}{a+b+c}$

$a_2 = \frac{1}{a+b+a}$

$a_3 = \frac{1}{a+c+d}$

$a_4 = \frac{1}{b+c+d}$

Члены прогрессии также можно представить следующим образом

$a_2 = \frac{1}{a+b+c} + k$ (где $k = d$, т.е. разности членов прогрессии, $\frac{1}{a+b+c} = a_1$ – первый член прогрессии)

Аналогично: $a_3 = \frac{1}{a+b+c} + 2k$

(по формуле $a_n = a_1 + d(n-1)$)

$a_4 = \frac{1}{a+b+c} + 3k$

Сумма членов данной арифметической прогрессии находится так:

$$S_4 = \frac{2 \cdot \frac{1}{a+b+c} + 3k}{2} \cdot 4$$

Также данную сумму можно найти следующим образом:

$$\frac{1}{a+b+c} + \frac{1}{a+b+c} + k + \frac{1}{a+b+c} + 2k + \frac{1}{a+b+c} + 3k = \frac{4}{a+b+c} + 6k$$

Приравниваем 2 уравнения:

$$\frac{2 \cdot \frac{1}{a+b+c} + 3k}{2} \cdot 4 = \frac{4}{a+b+c} + 6k$$

$$\left(\frac{2}{a+b+c} : 2 + \frac{3k}{2}\right) \cdot 4 = \frac{4}{a+b+c} + 6k$$

$$4 \cdot \frac{1}{a+b+c} + \frac{3k \cdot 4}{2} = \frac{4}{a+b+c} + 6k$$

т.к. k не влияет на решение уравнения

ничего нового не получим

$$\frac{4}{a+b+c} + 6k = \frac{4}{a+b+c} + 6k \Leftrightarrow \frac{1}{a+b+c} = \frac{1}{a+b+d} = \frac{1}{a+c+d} = \frac{1}{b+c+d}$$

$\Rightarrow a+b+c = a+b+d = a+c+d = b+c+d \Rightarrow a = b = c = d$

Ответ: $a = b = c = d$ ч.т.д.

Задача 5.

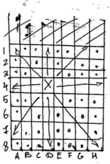
На шахматной доске (8×8) расположены числа от 1 до 64 $\Rightarrow$

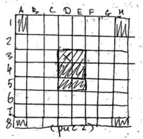
$\Rightarrow$ Максимальная сумма, которую можно получить за 3 хода равна $64+63+62 = 189$ (поскольку эти три числа являются наибольшими.

Отметим что для достижения наибольшей суммы чисел (независимо от расположения чисел $[1; 64]$ на доске) стоит начинать ходы с клетки „64". Тогда сумма чисел (в итоге, после суммирования 3х чисел) будет больше 64.

Также немаловажным фактом является то, что у ладьи есть „слепые зоны" (те клетки, куда не попасть за 1-н ход) (пример (рис 1.))

Бланк ответов





Наивыгодными для расположения ладьи являются клетки {3D; 3E; 4D; 4E} (рис 2) => поскольку с этих точек (+ 5D, 5E) ладья может поразить наибольшее количество клеток (4D; 4E; 5D; 5E -> 25; 3D; 3E -> 18)

а так же расположение в клетках (1A; 1H, 8A; 8H) -> 21 клетка для поражения.

Петя, совершая 1ый ход ладьёй с клетки "64" будет стремиться к получению максимально возможной суммы 1им ходом (т.е. стремиться передвинуть ладью так, чтобы второе число было максимальным)

Как говорилось ранее идеальным числом (клеткой) для начала того хода будет "63", но может случится так, что:

1) Число 63 находится в "слепой зоне" =>
Петя выберет другое число "62" и т.д. ([62; 1])

2) Петя не может выбрать клетку "63" и клетку "62", тогда он выбирает следующие числа [61; 1].

Таким образом можно исключать числа до 1, но сумма 189 по прежнему останется максимальной возможной, поскольку совершив передвижение в клетку "62" Петя сможет достичь клетки "63" (имеется ввиду, что из клетки "62" число "63" может находится не в "слепой зоне")

Ответ: 189 оценка не верна

Задание 4.

$m+\sqrt{n+\sqrt{k}}=2023 \Rightarrow n+\sqrt{k}>0 \quad n>-\sqrt{k} \qquad (a+b)^2\neq a^2+b^2$

Возведём в квадрат обе части уравнения:

~~$m^2+(n+\sqrt{k})^2=2023^2$~~ так нельзя возводить в квадрат

Уравнение в данном виде имеет вид Пифагоровой тройки ($c^2=a^2+b^2$) Выразим m^2

$m^2=2023^2-(n+\sqrt{k})^2$, тогда получим следующее уравнение:

$2023^2-(n+\sqrt{k})^2+(n+\sqrt{k})^2=2023^2$

Приведём подобные слагаемые:

$2023^2=2023^2 \Rightarrow (n+\sqrt{k})^2$ - любое число $< 2023^2$

$-n<\sqrt{k}$

$n^2<k$

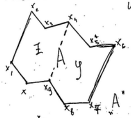
Тогда возвращаясь к исходному уравнению, и считая аналогично известной пифагоровой тройке 3,4,5 имеем следующее максимальное значение (количество троек):

~~2021~~ 99

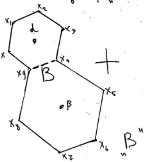
Ответ: 99

Задача 2.

Пусть Многоугольник A" является искомым многоугольником. Данный прямоугольник действительно не имеет центра симметрии. Однако если провести ось $(x_4; x_9)$ появятся два многоугольника с осями симметрии $I(x; x_3)$ и $Y(x_5; x_8)$.



Соответственно, если взять многоугольник B" и провести в нем прямую $(x_4; x_9)$ мы получим 2 многоугольника $x x_1 x_2 x_3 x_4 x_9$ и $x_4 x_5 x_6 x_7 x_8 x_9$ с центрами симметрии α и β соответственно.



Ответ: да, существует.

Бланк ответов