ИЗУМРУД
ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ

2802931473197

Титульный лист

Направление	☐ информатика	☐ история	☒ математика
	☐ обществознание	☐ русский язык	☐ физика
	☐ химия		

Класс	☐ 8	☐ 9	☐ 10	☒ 11

Фамилия	ЧАСТУХИНА
Имя	ВАРВАРА
Отчество	АЛЕКСАНДРОВНА
Дата рождения	29 04 2005
Город участия	ЕКАТЕРИНБУРГ
Аудитория	622
Телефон	+79126394684

Дата 27 02 2023 **Подпись**

Пример заполнения А Б В Г Д Е Ж З И Й К Л М Н О П Р С Т У Ф Х Ц Ч Ш Щ Ъ Ы Ь Э Ю Я 1 2 3 4 5 6 7 8 9 0

ИЗУМРУД
ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ

2802931473197

Проверочный лист

Заполняется участниками

Направление ☐ информатика ☐ история ☒ математика ☐ обществознание ☐ русский язык ☐ физика ☐ химия

Класс ☐ 8 ☐ 9 ☐ 10 ☒ 11

Город участия ЕКАТЕРИНБУРГ

Заполняется организаторами

Количество доп. листов

Количество черновиков к проверке

Время выхода с : до :

Протокол проверки
Заполняется жюри

Номер задания	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Балл члена жюри №1	7	20	0	–	0					
Балл члена жюри №2	7	20	0	–	0					

Номер задания	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
Балл члена жюри №1										
Балл члена жюри №2										

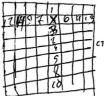
Итоговый балл 27

Подпись члена жюри №1

Подпись члена жюри №2

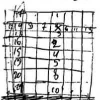
Пример заполнения А Б В Г Д Е Ж З И Й К Л М Н О П Р С Т У Ф Х Ц Ч Ш Щ Ъ Ы Ь Э Ю Я 1 2 3 4 5 6 7 8 9 0

Задание 5. Вне зависимости от заполнения таблицы, для достижения максимальной суммы Вася должен выбрать клетку с числом $\boxed{64}$, ведь тогда его сумма уже будет состоять из наибольшего из чисел. Допустим, число x стоит в некоторой клетке, причем числа по горизонтали и по вертикали от него минимально возможные, натуральные и разные, тогда мы имеем следующую картину:



Независимо от расположения самого x и остальных чисел, минимальное различие между наибольшим и наименьшим в столбце/строке будет равно 6. (напр-р в строке числа от одного до 7, + число x). А миним-ая разница между наиб-м и наименьшим будет равна 14.

В таком случае, если Петя "по пути" ладьи поставит минимальные возможные числа, то там гарантированно будет число больше 13. Значит в сумме Вася уже имеет: $64+14=\boxed{78}$



Теперь начиная из клетки с числом 14. Как было сказано ранее, минимальная разница min (минимального) и max (максимального) чисел в строке или столбце будет равна 6, причем все числа до 15 уже использованы, значит, даже если в столбце или строке с 14 будут расставлены минимальные считая от 15 числа, то наибольшим из них будет – $\boxed{21}$, туда и сходит Вася. Итак, даже если "по пути" ладьи Васи будут наименьшие числа, то Вася гарантированно сможет получить сумму $64+14+21=\boxed{99}$, в случае независимо от того каким способом Петя заполнит таблицу.

Ответ: 99. пример не оптимален

Задание (3). Так как a, b, c, d – положительные числа, арифметическая прогрессия не может быть убывающей (+ учитывая что по условию $a^2 \le b^2 \le c^2 \le d^2$ и $\frac{1}{a+b+c} \le \frac{1}{a+b+d} \le \frac{1}{a+c+d} \le \frac{1}{b+c+d}$). Допустим, что $a \ne b \ne c \ne d$. Взяв, что по условию $a \le b \le c \le d$ подберем любые подходящие числа к переменным. Например, $a=1$ $b=2$ $c=3$ $d=4$, тогда, зная что арифметическая прогрессия с дробями из условия верна, подставим эти числа: (рассуждения вытекают из частного случая)

$$\frac{1}{1+2+3} \le \frac{1}{1+2+4} \le \frac{1}{1+3+4} \le \frac{1}{2+3+4}$$, что то же самое что и:

$$\frac{1}{6} \le \frac{1}{7} \le \frac{1}{8} \le \frac{1}{9}$$, однако нам известно, что при равных числителях, больше та дробь, у которой знаменатель меньше – мы получили противоречие, а значит среди a, b, c, d есть хотя бы 2 равных числа. Взяв снова числа, но сделав равными, допустим, b и c, то: ($a=1$ $b=2$ $c=2$ $d=4$) тогда мы подставив в прогрессию с дробями (эти числа) получим:

$$\frac{1}{1+2+2} \le \frac{1}{1+2+4} \le \frac{1}{1+2+4} \le \frac{1}{2+2+4}$$, что то же самое что и

$$\frac{1}{5} \le \frac{1}{7} = \frac{1}{7} \le \frac{1}{8}$$ – как и в прошлом случае мы получим противоречие. Очевидно, продолжая такие рассуждения, мы узнаем, что данная в условии прогрессия будет полностью выполняться только при $a = b = c = d$:

$$\frac{1}{3a} \le \frac{1}{3a} \le \frac{1}{3a} \le \frac{1}{3a}$$, что и требовалось доказать.

Задание 1. ~~наименьшее количество задач - это 3 задач.~~

~~$1001 + 919 + 101$. Самые большие палиндромы~~
~~a_1 a_2 a_3. меньше 2021 - это~~

~~2002, 1001, 1111, 1991, 1881... Взяв никакое любое из~~
~~этих чисел и сложив его с каким-либо палиндромом,~~
~~мы узнаем, что.~~ Не выйдет получить 2021, сложив
~~какие-либо~~ 2 палиндрома хотя бы потому что

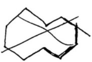
Задание 1. Докажем, что никаким образом нельзя
получить 2021 из 2 палиндромов (их суммы).
Каждый наибольший палиндром ≤, небольший 2021,
заканчивается ~~на 1 или на 1~~ цифрой больше единицы, а значит ~~сложив~~ такие
числа получить единицу на конце никак не выйдет.

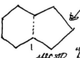
не обосновано

Перебором палиндромов легко получить, что сложив
1001 и 919 и 101 мы получим число 2021, значит
пример верный
Наименьшее количество задач, которое может получить
студент - это 3.
Ответ: 3

∓

~~Задание 2.~~ Задание 2: ~~Не существует, так как чтобы~~
~~могу~~ Существует, например





а почему эта фигура
не имеет центра
симметрии

место "разреза", при котором получается
пятиугольник и шестиугольник

+

Бланк ответов