ИЗУМРУД
ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ

2802380427866

Титульный лист

Направление	[ ] информатика	[ ] история	[x] математика
	[ ] обществознание	[ ] русский язык	[ ] физика
	[ ] химия		

Класс [ ] 8 [ ] 9 [x] 10 [ ] 11

Фамилия НУРТДИНОВ

Имя АРТУР

Отчество МАРАТОВИЧ

Дата рождения 19 01 2006

Город участия УФА

Аудитория 1

Телефон 89875884147

Дата 27 02 2023 **Подпись**

Пример заполнения А Б В Г Д Е Ж З И Й К Л М Н О П Р С Т У Ф
Х Ц Ч Ш Щ Ъ Ы Ь Э Ю Я 1 2 3 4 5 6 7 8 9 0

ИЗУМРУД
ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ

2802380427866

Проверочный лист

Заполняется участниками

Направление ☐ информатика ☐ история ☒ математика ☐ обществознание ☐ русский язык ☐ физика ☐ химия

Класс ☐ 8 ☐ 9 ☒ 10 ☐ 11

Город участия УФА

Заполняется организаторами

Количество доп. листов

Количество черновиков к проверке

Время выхода с : до :

Протокол проверки

Заполняется жюри

Номер задания	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Балл члена жюри №1	17	5	15	3	0					
Балл члена жюри №2	17	5	15	3	0					

Номер задания	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
Балл члена жюри №1										
Балл члена жюри №2										

Итоговый балл 40

Подпись члена жюри №1

Подпись члена жюри №2

Пример заполнения А Б В Г Д Е Ж З И Й К Л М Н О П Р С Т У Ф Х Ц Ч Ш Щ Ъ Ы Ь Э Ю Я 1 2 3 4 5 6 7 8 9 0

Бланк ответов

Задача 1

Когда Вася вырывает все чётные листы, количество страниц сокращается ~~примерно~~ вдвое. Значит кол-во цифры тоже сокращается примерно вдвое. не доказано Это поможет найти примерное количество страниц. Если изначально страницы содержат примерно 1690 ~~страниц~~ цифр, то страниц примерно 600, т.к при 600 страницах содержат $9 \cdot 1 + 90 \cdot 2 + 501 \cdot 3 = 1692$ цифры. Если при 600 страницах выдернуть каждый чётный лист, то останется 845 цифр (5 однозначных чисел, 45 двузначных и 250 трёхзначных). Так как последний лист чётный, то он не влияет на конечное количество цифр. Значит его можно убрать, тогда в книге было бы 598 страниц. Учитываем, что на листе всегда 2 страницы, значит в книге чётное кол-во страниц. В книге не могло быть на 1 лист больше, т.к. тогда посчитаются номера страниц 601 и 602. ~~Тогда~~ Так как это нечетный лист, то количество цифр составит 851, что недопустимо. Значит в книге могло быть 598 или 600 страниц.

Ответ: 598 или 600.

+.

Задача 3

Для начала посчитаем количество чисел, в которых все цифры уже различны. В начале 0 не может стоять. Значит в начале стоит одна из 9 цифр, далее ~~одна~~ также из 9, т.к. здесь уже может стоять 0, далее одна из 8 оставшихся и т.д. Всего $9 \cdot 9!$ чисел. Такие числа назовем идеальными.

Теперь для каждого идеального числа посчитаем, из скольки особенных чисел его можно получить. Первую цифру идеального числа можно заменить восемью различными цифрами (т.к. 0 не считается), остальные 9 цифр можно заменить девятью различными цифрами. Получаем, что для каждого идеального числа существуют $8+9\cdot 9 = 89$ особенных чисел. ~~Но~~ потеряны случаи когда 0 заменяется на первую цифру. Но следует учесть, что особенное число, которое не является идеальным, может дать нам два идеальных числа, т.к. в нём две одинаковых цифры, которые надо заменить. Тогда количество особенных не идеальных чисел нужно разделить на 2, т.к. каждое посчитано дважды. Отсюда особенных чисел

$9\cdot 9! + \frac{1}{2}\cdot 9\cdot 9!\cdot 89 = 148\,599\,360$

Ответ: 148 599 360

±

Задача 2

Для удобства цвета будем обозначать латинскими буквами. Очевидно, что ~~за~~ 2 цвета не могло быть, т.к. тогда любая строка содержит 3 или более какого-либо цвета (т.к клеток 5, а цвета 2) ошибка Также очевидно, что 4 цвета быть могло Пример ниже. Теперь нужно понять, могло ли быть 3 цвета. Но их быть не могло, т.к. какого-ть цвета было минимум 9. Это ~~72~~ 36 прямых. Но в нашем квадрате 5×5 нет столько прямых, значит какие-то 3 цвета лежат на одной прямой

c	a	d	d	b
d	b	b	c	c
c	b	a	b	d
d	c	b	b	c
a	a	d	c	d

Ответ: 4 цвета.

не доказано, что не могло быть 3 цветов

Задача 4

Предположим $a=b=c=d$ Тогда надо найти x такое, что

$x^2=\frac{1}{x}+\frac{1}{x}+\frac{1}{x} \Rightarrow x^2=\frac{3}{x} \Rightarrow x^3=3.\ x=\sqrt[3]{3} \Rightarrow a=b=c=d=\sqrt[3]{3}$

Предположим, что $a\neq b\neq c\neq d$. Тогда справедливо:

$\cancel{a^2-b^2=\frac{1}{b}-\frac{1}{b}}$ $b^2-a^2=\frac{1}{a}-\frac{1}{b} \Rightarrow (b-a)(b+a)=\frac{b-a}{ab} \Rightarrow b+a=\frac{1}{ab}$.

Аналогично, $c+a=\frac{1}{ac}$, $d+a=\frac{1}{ad}$, $b+c=\frac{1}{bc}$, $b+d=\frac{1}{bd}$, $c+d=\frac{1}{cd}$.

Отсюда $a=\frac{1}{ab}-b=\frac{1}{ac}-c=\frac{1}{ad}-d$, откуда $b=c=d$ Аналогично через b: $b=\frac{1}{ab}-a=\frac{1}{bc}-c=\frac{1}{bd}-d \Rightarrow a=c=d$ неверно Значит $a=b=c=d$, и предположение неверно. ~~Единст~~

Ответ: $a=b=c=d=\sqrt[3]{3}$

Задача 5

Выпуклый многоугольник имеет центр симметрии только тогда, когда его противоположные стороны равны. Это также значит, что в нём чётное количество сторон. Но нельзя построить такой выпуклый многоугольник, который будет содержать

нужны центральносимметричные

два правильных многоугольника, если один из них не четырёхугольник. Но если они оба четырёхугольника, то большой многоугольник можно построить выпуклым, но это будет четырёхугольник с центром симметрии.

Ответ: нельзя