ИЗУМРУД
ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ

2802166357419

Титульный лист

Направление	☐ информатика ☐ история ☒ математика ☐ обществознание ☐ русский язык ☐ физика ☐ химия
Класс	☐ 8 ☐ 9 ☐ 10 ☒ 11
Фамилия	ЛУЦЕНКО
Имя	ДМИТРИЙ
Отчество	АНДРЕЕВИЧ
Дата рождения	27 04 2005
Город участия	ЧЕЛЯБИНСК
Аудитория	259
Телефон	89514785181
Дата	27 02 2023
Подпись	

Пример заполнения А Б В Г Д Е Ж З И Й К Л М Н О П Р С Т У Ф Х Ц Ч Ш Щ Ъ Ы Ь Э Ю Я 1 2 3 4 5 6 7 8 9 0

ИЗУМРУД
ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ

2802166357419

Проверочный лист

Заполняется участниками

Направление ☐ информатика ☐ история ☒ математика ☐ обществознание ☐ русский язык ☐ физика ☐ химия

Класс ☐ 8 ☐ 9 ☐ 10 ☒ 11

Город участия ЧЕЛЯБИНСК

Заполняется организаторами

Количество доп. листов

Количество черновиков к проверке

Время выхода с : до :

Протокол проверки

Заполняется жюри

Номер задания	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Балл члена жюри №1	7	20	0	0	0					
Балл члена жюри №2	7	20	0	0	0					

Номер задания	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
Балл члена жюри №1										
Балл члена жюри №2										

Итоговый балл 27

Подпись члена жюри №1

Подпись члена жюри №2

Пример заполнения А Б В Г Д Е Ж З И Й К Л М Н О П Р С Т У Ф Х Ц Ч Ш Щ Ъ Ы Ь Э Ю Я 1 2 3 4 5 6 7 8 9 0

№1

Разберем один из возможных вариантов:

$1001+919+101=2021$ пример, который будет состоять из 3-х слагаемых и, соответственно, студенту достанется 3 задачи. Давайте попробуем сократить это количество до 2-х (одно слагаемое не может быть т.к. 2021 — не палиндром, по условию $a_i > 10$, ~~а также~~). Если предположим, что слагаемых может быть два, тогда число 2021 должно быть результатом сложения двух палиндромов (т.е. 2021 — палиндром 1 = палиндром 2).

1) Точно можно сказать, что одно из этих чисел - четырёхразрядное, а другое - трёхразрядное (не существует 2-х палиндромов четырёхразрядных, сумма которых равна 2021) не доказано

2) Четырёхразрядных палиндромов не так много, которые будут < 2021:
1001; 1011; 1221; 1331; 1441; 1551; 1661; 1771; 1881; 1991; 2002
(если хотя бы одно из них, после того как из 2021 вычтут это число, получится палиндром, но ~~в ответе~~ ответ будет две задачи, иначе три ($1001+919+101=2021$))

3) Ни один палиндром не соответствует рассуждениям из 2-го пункта $\Rightarrow$
$\Rightarrow$ Наименьшее кол-во задач: 3

Ответ: 3

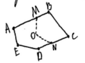
№2

~~Нет~~ Да, такой многоугольник существует:

Предположим, что такой многоугольник есть, тогда:

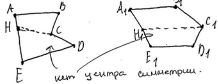
1) Разрез всегда должен быть по прямой линии, иначе один из полу-

чившихся многогранников будет выпуклый (могут ~~быть~~ стать и быть и оба выпуклые) ~~к примеру~~ к примеру:



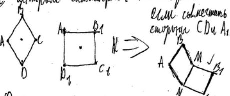
многоугольник ABCDE разрезали ~~прямой~~ не по прямой линии (MO и ON). Теперь многоугольник BMONC - выпуклый, а многоугольник AMONDE - выпуклый

2) В условии задачи не было обговорено то, какая фигура изначально: выпуклая или выпуклая => фигура может быть или такая, или такая.



В обоих случаях после разреза получились выпуклые ~~фигу~~ многоугольники.

3) В задании сказано, что изначальный многоугольник не имеет центра симметрии. Иначе говоря, он ~~со~~ должен состоять из 2-х многоугольников с центром симметрии. Рассмотрим несколько многоугольников с центром симметрии.



если совместить стороны CD и A_1D_1: => у нас получился многогранник без точки симметрии, который можно разрезать на ~~два~~ многоугольника с центрами симметрии

Ответ: существует

№4

1) Если $m+\sqrt{n+\sqrt{k}}=2023$ (т. е. получилось рациональное число) =>

=> m - рациональное и $\sqrt{n+\sqrt{k}}$ - рациональные => из числа $n+\sqrt{k}$ извлекается корень => n - рациональное и $\sqrt{k}$ - рациональные => из числа k извлекается корень.

2) Ближайшие число, которое < 2023, из которого извлекается корень - это 1936 ($44^2=1936$), а минимальные ≥ 0 - это 1 ($1^2=1$) =>

неверно от

=> k принадлежат числа от 1 до 44 включительно всего (44) аналогично, $n+44 \leq 1936$

$n \leq 1892$ (при этом из $n+44$ должен извлекаться корень) $\Rightarrow$

$\Rightarrow$ n может принимать значения от $n+44=49$ до $n+44=1936$ ($\sqrt{n+44}=7$ до $\sqrt{n+44}=44$, итого 38) это для n от 37 до 44; от 26 до 36 – 39; от 17 до 25 – 40; от 10 до 16 – 41; от 5 до 9 – 42; от 1 до 4 – 43.

Теперь для каждого n и k есть m, при прибавлении которой получится 2023 $\Rightarrow$ всего троек $(38+39+40+41+42+43)\cdot 44 =$
$= 10692$ троек

Ответ: 10692

№3

А что тогда доказывать?

Предположим, что $a=b=c=d \Rightarrow$

$\Rightarrow \frac{1}{a+b+c} = \frac{1}{a+b+d} = \frac{1}{a+c+d} = \frac{1}{b+c+d} \Rightarrow$

$\Rightarrow a+b+c = a+b+d = a+c+d = b+c+d$

Предположим обратное, что $a \neq b \neq c \neq d \Rightarrow$ (по условию, что a^2, b^2, c^2, d^2 – прогрессия): пусть $a=1$; $b=2$; $c=4$; $d=8 \Rightarrow$ 1; 4; 16; 64 – ~~геометрическая прогрессия~~

d нежна арифметическая

частный случай

Тогда, по 2-му условию:

$\frac{1}{a+b+c}$, $\frac{1}{a+b+d}$, $\frac{1}{a+c+d}$, $\frac{1}{b+c+d}$ также прогрессия

$\frac{1}{7}$, $\frac{1}{11}$, $\frac{1}{13}$, $\frac{1}{14}$ – не является прогрессией $\Rightarrow$

~~Наше~~ 2-е предположение неверно $\Rightarrow a=b=c=d$

(к примеру, 1, 1, 1, 1 – ~~ар~~ геометрическая прогрессия, а также и

$\frac{1}{3}$, $\frac{1}{3}$, $\frac{1}{3}$, $\frac{1}{3}$ – прогрессия) ЧТД

№5

$62+63+64=189$ – максимальная сумма

Ответ: 189 Эту сумму нельзя гарантировать

Бланк ответов