ИЗУМРУД
ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ

2802632471952

Титульный лист

Направление ☐ информатика ☐ история ☒ математика ☐ обществознание ☐ русский язык ☐ физика ☐ химия

Класс ☐ 8 ☐ 9 ☐ 10 ☒ 11

Фамилия МАХНЁВА

Имя ЯНА

Отчество МИХАЙЛОВНА

Дата рождения 21 08 2005

Город участия ЕКАТЕРИНБУРГ

Аудитория 622

Телефон +79655185887

Дата 27 02 2023 **Подпись**

Пример заполнения А Б В Г Д Е Ж З И Й К Л М Н О П Р С Т У Ф
Х Ц Ч Ш Щ Ъ Ы Ь Э Ю Я 1 2 3 4 5 6 7 8 9 0

ИЗУМРУД
ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ

2802632471952

Проверочный лист

Заполняется участниками

Направление ☐ информатика ☐ история [✓ математика] ☐ обществознание ☐ русский язык ☐ физика ☐ химия

Класс ☐ 8 ☐ 9 ☐ 10 [✓ 11]

Город участия ЕКАТЕРИНБУРГ

Заполняется организаторами

Количество доп. листов

Количество черновиков к проверке 3

Время выхода с : до :

Протокол проверки
Заполняется жюри

Номер задания	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Балл члена жюри №1	7	20	0	0	0					
Балл члена жюри №2	7	20	0	0	0					

Номер задания	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
Балл члена жюри №1										
Балл члена жюри №2										

Итоговый балл 27

Подпись члена жюри №1 [illegible]

Подпись члена жюри №2 [illegible]

Пример заполнения А Б В Г Д Е Ж З И Й К Л М Н О П Р С Т У Ф Х Ц Ч Ш Щ Ъ Ы Ь Э Ю Я 1 2 3 4 5 6 7 8 9 0

Бланк ответов

1 вариант

а если взять другое? А 2002?

1) наибольшее подходящее число $\underline{1111}$ => $\frac{-\,2021}{\;\;1111\;\;}{910}$

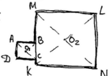
для 910 наиб. подх. число 888 => $\frac{-\,910}{\;\;888\;\;}{22}$ – подходящее =>

пример есть, оценки нет

$\underset{I}{\underline{22}} + \underset{II}{\underline{888}} + \underset{III}{\underline{1111}} = 2021$ => 3 слагаемых

Ответ: 3

2) да, например,



O_1 – центр симм. ABCD,
O_2 – центр симм. MLNK,
где ABCD и MLNK – квадраты

многоугольник ABMLNKCD, такой, что разбив его на квадраты ABCD и MLNK, он, сам не имея центра симметрии, состоит из двух выпуклых многоугольников, каждый из которых имеет ось симметрии.

почему?

5) т.к. каждое число можно использовать по 1 разу и клетки повторять нельзя, то гарантированно Вася получит $1+2+3=6$ за 3 хода, даже если ему попадутся минимальные значения (1; 2; 3), т.е. вне зависимости от того, как Петя расставит числа, Вася получит сумму $S \geq 6$

Ответ: 6 оценка не верна

4) $m + \underbrace{\sqrt{n + \underbrace{\sqrt{k}}_{\geq 0}}}_{\geq 0} = 2023$, $m \in Z$, $k \in Z$, $n \in Z$

$\cancel{\begin{cases} m \leq 2023 \\ \sqrt{n+\sqrt{k}} \geq 0 \Rightarrow \sqrt{k} \geq -n \Rightarrow n \leq 0 \\ k \geq 0 \end{cases}} \Rightarrow \cancel{\begin{cases} m \leq 2023,\ m \in Z \\ k \geq 0,\ k = 0; 1; 4; 9; 16; \ldots \\ n \leq 0,\ n+\sqrt{k} = 0; 1; 4; 9; \ldots \end{cases}}$

I $m = 0$: $\underset{\substack{0 \leq n \leq 2023, \\ n \in Z}}{n} + \underset{\geq 0}{\sqrt{k}} = 2023^2$

и?

II $m > 0 \Rightarrow \sqrt{n+\sqrt{k}} \geq 0 \Rightarrow \underset{\geq 0}{n} + \underset{\geq 0}{\sqrt{k}} \geq 0$, $n + \sqrt{k} \leq 2022$

II) $m<0$, $\sqrt{n+\sqrt{k}} > 2023$

$n+\sqrt{k} > 2023^2$

$0 \le \sqrt{k} \le 2023^2 - n$

$0 \le k \le (2023^2 - n)^2$

m – натуральное
по условию

—

3) a^2, b^2, c^2, d^2 – АП, $a, b, c, d > 0$

т. к. числа > 0 и разл. =>

пусть $a=1, b=2, c=3, d=4$ =>

$1^2, 2^2, 3^2, 4^2$ – АП

$\underset{+3}{1,} \; \underset{+5}{4,} \; \underset{+7}{9,} \; 16$ – не АП

аналогично, если подставлять дробные значения

заметим, что разница между квадратами
Не всегда. А вообще, a, b, c, d могут быть нецелыми
числа – нечет. значения, а отлич. в 2-d,

но их квадраты не будут АП =>

ед. возм. случай a^2, b^2, c^2, d^2 – АП при

$a=b=c=d$ чтд

не доказано

—

Бланк ответов

Бланк ответов

$a_1, \dots, a_n$ - АП, $S_n = 2021 = \frac{a_1 + d^{n-1}}{2} n$

$4042 = n(a_1 + d^{n-1})$

$$\begin{array}{r} 4042 \\ -33 \\ \hline 74 \\ -66 \\ \hline 82 \end{array} \Big| 11 \qquad \begin{array}{r} 4042 \\ -22 \\ \hline 184 \\ -176 \\ \hline 82 \end{array} \Big| 22 \qquad \begin{array}{r} 4042 \\ -396 \\ \hline 82 \end{array} \Big| 44 \;\; 9$$

$2021 - 11 = 2010$

11 +

$505 + 202 + 666 + 999 + 888 = 3280$

$222 + 888 = 1110$, $1110 + 11 = 1121$, 900

$999 + 999$

2021 + 1111

$2021 - 1111 = 910$, $910 - 888 = 22$

$4042 \,|\, 902$, 4

$82 + 11$, $+82$, 82, 902

$2021 - 1991 = 30$

$1111 + 888 + 22 = 2021$, 3

$2021 - 1881 = 140$

$2021 - 1771 = 250$

$\cancel{22} \cdot d = \cancel{888}$ 11, 44

$\cancel{22}^2 \cdot d^2 = \cancel{1111}$ 101

$\cancel{d^2 = \frac{101}{2}}$

$\cancel{d = \left(\frac{1008}{11}\right)^2}$ =

$45 \cdot 45$: 225, 180, 2025

2023

4

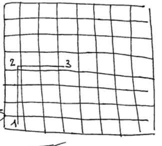
$44 \cdot 44$

360

470

580

690



1, 2, 3, 4, 5, ...

+1·d

+2d

+3d

$(-2) + \sqrt{2025^2} = 2023$ 2021

3) $a_n = a_1 + (n-1)d$

$a^2 = a^2$

$$\begin{cases} b^2 = a^2 + D \\ c^2 = a^2 + 2D \\ d^2 = a^2 + 3D \end{cases}$$

$$\begin{cases} \frac{1}{a+b+d} = \frac{1}{a+b+c} + D \Rightarrow D = \frac{1}{a+b+d} - \frac{1}{a+b+c} \\ \frac{1}{a+c+d} = \frac{1}{a+b+c} + 2D \\ \frac{1}{b+c+d} = \frac{1}{a+b+c} + 3D \end{cases}$$

$\frac{1}{a+b+c} - 3D$

$\frac{1}{a+c+d} = \frac{1}{a+b+c} + \frac{2}{a+b+d} - \frac{2}{a+b+c}$

$\frac{1}{a+c+d} = \frac{2}{a+b+d} - \frac{1}{a+b+c} =$

$= \frac{2}{a+b+d} - \frac{1}{b+c+d} - \frac{3}{a+b+d} + \frac{3}{a+b+c} = \frac{3}{a+b+c} - \frac{1}{b+c+d}$

$- \frac{1}{a+b+d} = \frac{3}{a+b+c} - \left(\frac{1}{b+c+d} + \frac{1}{a+b+d}\right) = \frac{3}{a+b+c} - \frac{a+b+d+b+c+d}{(b+c+d)(a+b+d)}$

$1, 4, 9, \cancel{12}$

$1^2 \quad 2^2 \quad 3^2 \quad 4^2=16$

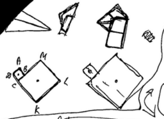
$1 \quad \frac{1}{4} \quad \frac{1}{9} \quad \frac{1}{16}$

$\frac{1}{4} \quad \frac{1}{16} \quad \frac{1}{\ } \quad \dots$

1 4 9 16 25 36 49 64 81

3 5 7 9 11 13 15 17

3+2



$$\left.\begin{array}{l} a_1 = a_1 \cdot q^0 \\ a_2 = a_1 \cdot q^1 \\ a_3 = a_1 q^2 \\ a_4 = a_1 \cdot q^3 \end{array}\right\} \quad \left.\begin{array}{l} a^2 = a^2 \\ b^2 = a^2 q \\ c^2 = a^2 q^2 \\ d^2 = a^2 q^3 \Rightarrow a = \frac{d}{q^2} \end{array}\right\} \Rightarrow$$

$$\left(\frac{a}{b}\right)^2 = q \quad \left(\frac{b}{c}\right)^2 = q \quad \left(\frac{c}{d}\right)^2 = q, \text{ т.к.} \Rightarrow$$

$a, b, c, q > 0$

$\left(\frac{d}{a}\right)^2 = q^2 \quad a = b = c = d$

a^2, b^2, c^2, d^2 — АП

$\frac{d}{a} = q \quad \frac{b}{c} = \frac{c}{d}$

$\frac{b}{a} = \frac{c}{b} = \frac{d}{c} \Rightarrow$

$\frac{1}{a+b+c}, \frac{1}{a+b+d}, \frac{1}{a+c+d}, \frac{1}{b+c+d}$ — АП

$b^2 = ac$

$c^2 = bd$

$ad = bc$

$S_{n_1} = \frac{a_1 + d}{2} n = \cancel{\frac{a^2 + b^2 + a^2}{2}}$

$a_1 = a_1$

$a_2 = a_1 + d \Rightarrow d = a_2 - a_1$

$a_3 = a_1 + 2d$

$\dots$

$a_n = a_1 + (n-1) d$

$1, 2, 4, 8, 16, \dots$

$\cdot 2 \quad \cdot 2^2 \quad \cdot 2^3 \quad \cdot 2^4$

1) a^2, b^2, c^2, d^2

$\cdot d \quad \cdot d^2$

$a_n = a_1 d^{n-1}$

$a_2 = a_1 d$

$d = \frac{a_2}{a_1} = \left(\frac{b}{a}\right)^2$

$S_{n_2} = \frac{a_1 + d}{2} n = \frac{1}{a+b+c} + \frac{1}{a+b+d} - \frac{1}{a+b+c}$

$= \frac{2}{a+b+d}$

$\left(\frac{b}{c}\right)^2 = q \Rightarrow \frac{b}{c} = \sqrt{q} \Rightarrow$

$b = \sqrt{q} c$

$\frac{d}{a} = q$

$(a+b+c)(a+b+c) =$

$= a^2 + ab + ac + ab + b^2 + bc + ac + bc + c^2 = a^2 + 2ab + b^2 + 2bc + c^2 + 2ac$

$ad = bc \Leftrightarrow \frac{d^2}{q^2}$

$a \cdot a \cdot$

$S_1 = \frac{a^2 + \left(\frac{b}{a}\right)^2}{2} \cdot n = 2 \cdot a^2 + \left(\frac{b}{a}\right)^2$

$S_2 = \frac{1}{a+b+c} + \frac{1}{a+b+d} \cdot \frac{a+b+c}{1} \cdot n^2 =$

$= 2 \cdot \left(\frac{1}{a+b+c} + \frac{a+b+c}{a+b+d}\right) = 2 \cdot \left(\frac{a+b+d + (a+b+c)^2}{(a+b+d)(a+b+c)}\right) =$

$= 2 \cdot \left(\frac{a+b+d + a^2 + 2ab + b^2 + 2bc + c^2 + 2ac}{a^2 + ab + ac + ab + b^2 + bc + ad + bd + cd}\right) = 2 \cdot \left(\frac{a+b+d + a^2 + b^2 + c^2 + 2(ab + bc + ac)}{a^2 + 2ab + b^2 + ac + bc + d(a+b+c)}\right)$

$= 2 \cdot \left(\frac{(a+b)(1+a+b) + c^2 + 2(ab+bc+ac)}{(a+b)^2 + c(a+b) + d(a+b+c)}\right)$

4) $m + \sqrt{n+\sqrt{k}} = 2023$ ОДЗ: $\begin{cases} n+\sqrt{k} \geq 0 \\ \sqrt{k} \geq 0 \end{cases} \Rightarrow$ $n \geq -\sqrt{k}$, $\sqrt{k} \geq 0$

$\sqrt{n+\sqrt{k}} = 2023 - m$

$\begin{cases} 2023 - m \geq 0 \Rightarrow m \leq 2023 \\ n + \sqrt{k} = (2023-m)^2 \ (1) \end{cases}$ $\begin{cases} n \geq 0 \\ \sqrt{k} \geq 0 \end{cases}$

(1) $\sqrt{k} = (\overset{\geq 0}{2023 - m})^2 - n$

$\begin{cases} (2023-m)^2 - n \geq 0 \Rightarrow n \leq \overset{\geq 0}{(2023-m)^2} \\ k = ((2023-m)^2 - n)^2 \end{cases}$

$k = ((2023^2 - 2\cdot 2023m - m^2) - n)^2$

$k = (\underbrace{2023^2 - 2\cdot 2023m - m^2}_{-(m^2+2\cdot 2023m - 2023^2)} - n)^2$

$-(m-2023)^2$

$\times 17$, 17, $+119$, 17, 289

$m^3 + n^2 + k = 7^3 \cdot 17^6 = (7\cdot 17^2)^3$

~~$m=1$: $1+n^2+k$~~

$m = 2023$: $\sqrt{n+\sqrt{k}} = 0$

$n + \sqrt{k} = 0$

$n = -\sqrt{k}$

$\sqrt{k} = -n$, $n \leq 0$

$n=0 \Rightarrow k=0$ реш.

$n < 0 \Rightarrow n = -1, -2, \ldots$

$k = 0, 1, 4, 9, 16, \ldots$

$k = 1 \Rightarrow n = 3; 8, \ldots$

>0

$m^2 + n + \sqrt{k} = 2023^2$

$m^3 + n^2 + k = 2023^3 =$

$= 2023 \cdot 2023 \cdot 2023 =$

$= (7\cdot 17^2)^3 = 7^3 \cdot 17^6$

$2023 = 7 \cdot \overset{17^2}{289}$

$m^3 + \overset{0}{n^2} + k = 7^3 \cdot 17^6$.

$m^3 = (7\cdot 17^2)^3$

$m = 7\cdot 17^2$, $n = 0$, $k = 0$ реш

т.к. $m, n, k \in \mathbb{Z} \Rightarrow$

$m = 0, k = 0 \Rightarrow n = \sqrt{7^3 \cdot 17^6}$ не реш

$m = 0$, $n = 0$

$k = 7^3 \cdot 17^6$ — реш.

$\cancel{a+c+d}$ $\underbrace{\frac{1}{a+b+d} - D = \frac{1}{a+c+d}} - 2D = \underbrace{\frac{1}{b+c+d} - 3D}$

$$D = \frac{1}{a+c+d} - \frac{1}{a+b+d} = \frac{1}{b+c+d} - \frac{1}{a+c+d}$$

$$\frac{\cancel{a}+b+\cancel{d}-\cancel{a}-c-\cancel{d}}{(a+c+d)(a+b+d)} = \frac{\cancel{c}+a+\cancel{d}-b-\cancel{c}-\cancel{d}}{(b+c+d)(a+c+d)}$$

$$(b-c)(b+c+d)\cancel{(a+c+d)} = (a-b)\cancel{(a+c+d)}(a+b+d)$$

$$b^2+\cancel{bc}+bd-\cancel{bc}-c^2-cd = a^2+\cancel{ab}+ad-\cancel{ab}-b^2-bd$$

$$2b^2+2bd-c^2-cd-a^2-ad=0$$

$$2b(b+d) = (a^2+d(a+c)+c^2) \cancel{=0}$$

~~$2b(b+d)$~~