ИЗУМРУД
ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ

2802654023027

Титульный лист

Направление	☐ информатика ☐ история ☒ математика ☐ обществознание ☐ русский язык ☐ физика ☐ химия
Класс	☐ 8 ☐ 9 ☐ 10 ☒ 11
Фамилия	СОКОЛОВА
Имя	ТАТЬЯНА
Отчество	ДМИТРИЕВНА
Дата рождения	15 08 2005
Город участия	ЕКАТЕРИНБУРГ
Аудитория	621
Телефон	+79220318143
Дата	27 02 2023
Подпись	

Пример заполнения А Б В Г Д Е Ж З И Й К Л М Н О П Р С Т У Ф Х Ц Ч Ш Щ Ъ Ы Ь Э Ю Я 1 2 3 4 5 6 7 8 9 0

ИЗУМРУД
ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ

2802654023027

Проверочный лист

Заполняется участниками

Направление ☐ информатика ☐ история ■ математика ☐ обществознание ☐ русский язык ☐ физика ☐ химия

Класс ☐ 8 ☐ 9 ☐ 10 ■ 11

Город участия ЕКАТЕРИНБУРГ

Заполняется организаторами

Количество доп. листов

Количество черновиков к проверке

Время выхода с : до :

Протокол проверки
Заполняется жюри

Номер задания	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Балл члена жюри №1	0	20	–	5	0					
Балл члена жюри №2	0	20	–	17	0					

Номер задания	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
Балл члена жюри №1										
Балл члена жюри №2										

Итоговый балл 31

Подпись члена жюри №1

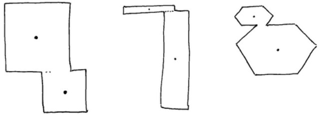
Подпись члена жюри №2

Пример заполнения А Б В Г Д Е Ж З И Й К Л М Н О П Р С Т У Ф Х Ц Ч Ш Щ Ъ Ы Ь Э Ю Я 1 2 3 4 5 6 7 8 9 0

Бланк ответов

$\boxed{2}$ Существует. Такой многоугольник можно составить из двух квадратов разных площадей. Каждый из квадратов будет иметь центр симметрии, однако получившийся многоугольник его иметь не будет. Также можно взять прямоугольник и иные фигуры с $2n$ гранями.

У треугольника нет центра симметрии, так что его в качестве получившейся разрезаной фигуры взять нельзя.



+

и т.д.

$\boxed{4}$ Рассмотрим внимательно выражение $2023 = m + \sqrt{n + \sqrt{k}}$:

$m < 2023$, $-n < \sqrt{k}$, $m, n, k > 0$

$m \neq 2023$, так как под корнем нуля быть не может (n и $k \in \mathbb{N}$)

$m \neq 2022$, так как под корнем не может быть и единицы (n и $k \in \mathbb{N}$).

Следовательно, исчисление начнем с $\underline{2021 = m}$, а закончим $\underline{1 = m}$.

Рассмотрим несколько примеров

1) $2023 = 2021 + \sqrt{2 + \sqrt{4}} = 2021 + \sqrt{3 + \sqrt{1}} = 2021 + \sqrt{1 + \sqrt{9}}$ — 3 варианта, т.е. $2^2 - 1$

2) $2023 = 2020 + \sqrt{\sqrt{1} + 8} = 2020 + \sqrt{\sqrt{4} + 7} = 2020 + \sqrt{\sqrt{9} + 6} = \sqrt{\sqrt{16} + 5} + 2020 = 2020 + \sqrt{\sqrt{25} + 4} = 2020 + \sqrt{\sqrt{36} + 3} = 2020 + \sqrt{\sqrt{49} + 2} = 2020 + \sqrt{\sqrt{64} + 1}$ — 8 вариантов, т.е. $3^2 - 1$

При этом в 1) вариантов $2^2 - 1$ и под внешним корнем 2^2, в 2) вариантов $3^2 - 1$ и под внешним корнем 3^2,

Из этого можно вывести закономерность. Почему дальше закономерность будет соблюдаться?

$\sqrt{3^2} \to 3^2 - 1$ вар, $\sqrt{4^2} \to 4^2 - 1 = 15$ вар, $\sqrt{5^2} \to 5^2 - 1 = 24$ вар и т.д.

и все они разные (с различными m, n, k)

+

Поэтому сумма всех удовлетворяющих исходов будет.

$S = 2022^2 - 1 + 2021^2 - 1 + 2020^2 - 1 + \ldots + 3^2 - 1 + 2^2 - 1$

При таком сложении единиц получается $(2022 - 2) + 1 = 2021$ шт, тогда

$S = 2022^2 + 2021^2 + 2020^2 + \ldots + 3^2 + 2^2 - 2021$

Ответ. $2022^2 + 2021^2 + 2020^2 + \ldots + 3^2 + 2^2 - 2021$

[1] Студент всё-таки будет решать 2021 задачу.

1. Невозможно составить 2021 из суммы двух чисел-палиндромов. Таких пар не существует из-за того, что в одном из разрядов на краях числа придётся ставить нуль, а так палиндром не примето (напр 1991 и 030) А если взять 2002 или трехзначные числа?

2. $2021 = 183 \cdot 11 + 8$

У нас никаким образом не получится распределить эту цифру 8 так, чтобы в каком-либо слагаемом образовался палиндром, потому что 8 стоит в разряде единиц, мешая везде, — ведь просто в качестве слагаемого её оставить нельзя из-за условия. 11 является следующим натуральным после 10, поэтому его можно взять в качестве доказательства выше.

Ответ 2021

[5] Не оговорено, каким именно образом Петя распределяет числа по клеткам (последовательно, с конца, по диагонали или без какого-либо алгоритма вовсе), поэтому ладья может в каждый ход попасть на абсолютно любую клетку с числом.

Числа натуральные от 1 до 64, поэтому наибольшая гарантированная сумма $6 = 1+2+3$

Ответ: $6 = 1+2+3$

Бланк ответов

Бланк ответов