ИЗУМРУД
ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ

2802487107039

Титульный лист

Направление ☐ информатика ☐ история ☒ математика ☐ обществознание ☐ русский язык ☐ физика ☐ химия

Класс ☐ 8 ☐ 9 ☐ 10 ☒ 11

Фамилия СОЛОВЬЕВ

Имя ВЛАДИМИР

Отчество ДМИТРИЕВИЧ

Дата рождения 12 01 2006

Город участия ЕКАТЕРИНБУРГ

Аудитория Д3

Телефон 89126219250

Дата 27 02 2023 **Подпись**

Пример заполнения А Б В Г Д Е Ж З И Й К Л М Н О П Р С Т У Ф Х Ц Ч Ш Щ Ъ Ы Ь Э Ю Я 1 2 3 4 5 6 7 8 9 0

ИЗУМРУД
ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ

2802487107039

Проверочный лист

Заполняется участниками

Направление ☐ информатика ☐ история ■ математика ☐ обществознание ☐ русский язык ☐ физика ☐ химия

Класс ☐ 8 ☐ 9 ☐ 10 ■ 11

Город участия ЕКАТЕРИНБУРГ

Заполняется организаторами

Количество доп. листов

Количество черновиков к проверке

Время выхода с : до :

Протокол проверки
Заполняется жюри

Номер задания	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Балл члена жюри №1	14	0	0	15	0					
Балл члена жюри №2	14	0	0	7	0					

Номер задания	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
Балл члена жюри №1										
Балл члена жюри №2										

Итоговый балл 25

Подпись члена жюри №1

Подпись члена жюри №2

Пример заполнения А Б В Г Д Е Ж З И Й К Л М Н О П Р С Т У Ф Х Ц Ч Ш Щ Ъ Ы Ь Э Ю Я 1 2 3 4 5 6 7 8 9 0

Бланк ответов

Задание 3)

пусть n – разность числовой арифметической прогрессии $a^2; b^2; c^2; d^2$, а K – разность ~~...~~ второй арифметической прогрессии $(a+b+c)^{-1}; (a+b+d)^{-1}; (a+c+d)^{-1}; (b+c+d)^{-1}$.

Тогда:

$$a^2+3n=d^2 \Rightarrow n=\frac{d^2-a^2}{3} \quad (3) \qquad \left.\begin{matrix} a^2+n=b^2 \\ b^2+n=c^2 \\ c^2+n=d^2 \end{matrix}\right\} (2)$$

$$(a+b+d)^{-1}+2K=(b+c+d)^{-1} \quad (1)$$
$$(a+c+d)^{-1}+K=(b+c+d)^{-1} \quad (4)$$

(1): из (2) выразим числа b и c и используем (3):

$$\left(a+\sqrt{\frac{d^2-a^2}{3}+a^2}+d\right)^{-1}+2K=\left(d+\sqrt{d^2-\frac{2}{3}(d^2-a^2)}+\sqrt{d^2-\frac{d^2-a^2}{3}}\right)^{-1}$$
$$\Downarrow$$
$$\left(a+\sqrt{\frac{d^2+2a^2}{3}}+d\right)^{-1}+2k=\left(d+\sqrt{\frac{2a^2+d}{3}}+\sqrt{\frac{2d^2+a^2}{3}}\right)^{-1} \quad (5)$$

(4): как и в (1), из (2) выражаем b и c и используем (3):

$$\left(a+\sqrt{d^2-\frac{d^2-a^2}{3}}+d\right)^{-1}+K=\left(d+\sqrt{\frac{d^2+2a^2}{3}}+\sqrt{\frac{2d^2+a^2}{3}}\right)^{-1}$$
$$\left(a+\sqrt{\frac{2d^2-a^2}{3}}+d\right)^{-1}+K=\left(d+\sqrt{\frac{d^2+2a^2}{3}}+\sqrt{\frac{2d^2+a^2}{3}}\right)^{-1} \quad (6)$$

Выразим K и подставим в (5):

$$\left(a+\sqrt{\frac{2d^2-a^2}{3}}+d\right)^{-1}\underset{(6)}{=}\left(d+\sqrt{\frac{d^2+2a^2}{3}}+\sqrt{\frac{2d^2+a^2}{3}}\right)^{-1}$$

откуда? $\Rightarrow K=0 \Rightarrow$

$\Rightarrow$ Все члены второй арифметической прогрессии равны: $\frac{1}{a+b+c}=\frac{1}{a+b+d}=\frac{1}{a+c+d}=\frac{1}{b+c+d} \Rightarrow a=b=c=d$

ч.т.д.

Задание 1) $a_1+a_2+\ldots+a_n=2021$

~~Чисел в прогр~~ Слагаемых минимум 2. Предположим, что ~~[illegible]~~ их и есть 2.

2021 – нечётное $\Rightarrow$ a_1 – чётное, a_2 – нечётное.

У a_1 в разряде единиц (далее – р.ед.) точно не 0, иначе не палиндром. √

Рассмотрим все ~~[illegible]~~ чётные цифры в р.ед. у a_1:

1) если у a_1 в р.ед. 2, то у a_2 в р.ед. 9, следовательно в разряде сотен (далее – р.сот.) 9 $\Rightarrow$ 202$\underline{1-9?9}$ в разряде тысяч (далее – р.тыс.) имеет 1, а в р.ед. 2 $\Rightarrow$

$\Rightarrow$ 2 в р.ед. у a_1 не подходит а если это число не трёхзначное?

2) если у a_1 в р.ед. 4, то у a_2 в р.ед. 7 $\Rightarrow$ в р.сот. 7 $\Rightarrow$

$\Rightarrow 2021-\underline{7?7}$ в р.тыс. 1, в р.ед. 4 $\Rightarrow$ 4 в р.ед. у a_1 не подходит

3) Аналогично 6 и 8, если у a_1 в р.ед. 6 или 8 $\Rightarrow$ в у a_2 в р.ед. 5 или 3 соответственно, а в р.сот тоже 5 и 3 $\Rightarrow$

$\Rightarrow \left[\begin{array}{l} 2021-\underline{5?5} \text{ – в р.ед. 6, в р.тыс. 1} \\ 2021-\underline{3?3} \text{ – в р.ед. 8, в р.тыс 1} \end{array}\right| \Rightarrow$ не подходят.

Все чётные числа проверили $\Rightarrow$ точно не 2 слагаемых. Поскольку необходимо найти наим. знач., а мы доказали, что их точно не 2, то приведу пример 3 слагаемых, подт–

вертдающий, что всего 3 слагаемых и это:
$1111; 888; 22. \Rightarrow$ Ответ: 3.
пример есть

Задание 5) Так как задача Васи – это получить максимальную сумму $\Rightarrow$ начальн. точ. – 64. Поскольку ладья может перемещаться горизонтально и вертикально на сколь угодно клеток (в рамках доски), то за первый свой ход он может занять ту же строку или столбец, где находится ~~другое~~ „новое максимальное число" – 63 (т.к. число 64 уже использовано), а за 2 ход встать на это число, но и в после 1 хода он занимал какую-то клетку с каким-то числом. Поскольку расстановка чисел в таблице случайная, то гарантированно за эту клетку он получит $+1$ к сумме (т.к. мин число 1) $\Rightarrow$ Гарантированно Вася может в сумме получить число $64+63+1=128$.
Ответ: ~~128~~ 129 но ~~поэтому~~ есть 2 пути на 1 из которых 1, а на другом 2
Оценка не верна –

Задание 4) Число $(2023-m)^2$ назовём d, и это число $d = n+\sqrt{k}$, причём $m \in [1;2021]$ (из них только натур), таковы условия того, чтобы числа n и k были натуральными.
Если $m=2021$, то $d=4$, $n+\sqrt{k}=4$ и на множестве натур чисел получаем 3 пары $(d-1)$ $\begin{pmatrix} k=9, & k=4, & k=1 \\ n=1, & n=2, & n=3 \end{pmatrix}$. И условие того, что количество пар на одное единственное d равно $(d-1)$ выполняется всегда. Таких d на $m \in [1;2021]$ и $m \in \mathbb{N}$, будет 2021. Следовательно общее кол-во

Троек, получаемое в этом ~~[illegible]~~ уравнении:

$$(2023-1)^2-1+(2023-2)^2-1+\ldots+(2023-2021)^2-1=$$
$$=(2023-1+1)(2023-1-1)+(2023-2+1)(2023-2-1)+\ldots+(2023-2021+1)\cdot$$
$$\cdot(2023-2021-1)=2023\cdot2021+2022\cdot2020+\ldots+3\cdot1.$$

Ответ: сумма не посчитана $\pm$

Задание 2) Предположим, что такой многоугольник существует. В таком случае есть 3 способа его разреза: от стороны к стороне, от угла к стороне, от угла к углу. Так как он не имеет центра симметрии, то нет такой ~~п~~ последовательности точек на одной стороне, которая была спроектирована на другую. Поэтому при делении от угла к углу общее количество углов не меняется $\Rightarrow$ последовательность точек прямой не проектируется через какой-либо центр.
Если от стороны к стороне или от угла к стороне, то общее кол-во углов +2 или +1 соответственно. Могу провести прямую делящую этот многоугольник на 2, но только 1 из них может иметь центр симметрии, в то время как 2 — нет. ~~потому что его~~ ~~[illegible]~~

$\Downarrow$

Ответ: Такого многоугольника не существует.

неправда

—

Бланк ответов